Pedro Nuñez: Innovateur bloqué, et dernier témoin d'une tradition millénaire[*]

Le livre

Entre les auteurs mathématiques qui avaient compris après 1540 l'importance nouvelle de l'algèbre figurait aussi Pedro Nuñez – dans la compagnie, par exemple, de Tartaglia, Cardano, Stiefel, Scheubel, Bombelli et, naturellement, Viète. Son célèbre *Libro de algebra en arithmetica y geometria* parut à Anvers en 1567. C'était un livre de propagande plutôt qu'un simple traité de mathématiques : un livre de propagande pour l'algèbre, démontrant – c'est là le sens du titre – l'utilité de l'algèbre pour l'arithmétique et pour la géométrie. Cette utilité, écrit Nuñez, était bien reconnue en Italie où on trouve « dans toutes les villes [...] des maîtres salariés de calcul en arithmétique et géométrie », tandis qu'« en Espagne, rares sont ceux qui connaissent l'algèbre ».[1] Certainement un livre de « propagande » dans le sens originel du *Congregatio de Propaganda Fide :* propagation d'une nouvelle foi. Mais certainement aussi « propagande » dans le sens de Lénine :[2] un message complexe, cohérent et difficile destiné à être compris en son ensemble seulement par une minorité (l'« agitation », par contre, diffuse des messages simplifiés afin d'arriver à tous).

Les problèmes géométriques

Au 17$^{\text{ième}}$ siècle, Descartes allait donner naissance à la géométrie analytique en appliquant l'algèbre à la géométrie. Si on ne lit que le titre et l'introduction de Nuñez, on pourrait croire que son projet appartienne à la même famille. Mais rien qu'une lecture rapide de sa section géométrique (chap. 7, fol. 227^{v}–323^{v}) fera découvrir qu'il n'en est rien. D'abord Nuñez enseigne comment trouver l'aire d'un carré à côté connu, et vice versa, et comment trouver la diagonale à partir du côté, et vice versa. Suivent d'autres « cas » ou problèmes sur les carrés, par exemple comment trouver le côté si la somme du côté et de l'aire est donnée,

---

[*] Je merci mon ami et collègue Michel Olsen pour la correction linguistique.

[1] «[...] ajnda oje em Espanha ha muy poucos que tenham noticia de Algebra. E ha porem em Italia algũs homẽs muy exercitados nesta arte, por que em todallas cidades [...] Mesters salariados de conta em Arithmetica et Geometria» – [Nuñez 1567: a ii^{v}] (la traduction est la mienne, comme le sont quelles qui suivront). Il faut se souvenir qu'«Espanha» pour Nuñez embrassait le royaume de Portugal aussi bien que les royaumes récemment unis de Castille et Aragon. La préface est écrite en portugais, et le reste du livre en castillan.

[2] *Que faire?*, dans [Lénine 1971: I, 163].

puis encore d'autres problèmes concernant les rectangles, les triangles, les rhombes et trapèzes et les polygones avec 5 côtés ou d'avantage.

Qui connaîtrait moins bien que Nuñez les traités produit par les maîtres italiens dont parle sa préface pourrait donc croire que les problèmes géométriques ne constituent qu'un amas d'illustrations des méthodes de l'algèbre.[3] Même cela, pourtant, serait une erreur. Qui par contre connaît ces traités dira que Nuñez s'inspire de leurs géométries pratiques, ce qui serait déjà plus juste – à condition qu'on se rende compte que beaucoup dans celles-ci a bien peu à voir avec la pratique.

Pour y voir mieux, regardons d'abord rangés en liste les problèmes sur les carrés et les rectangles.

Nuñez, problèmes concernant le carré (côté *l*, diagonale *d*, aire *A*)

No.	*Fol.*	*Donné*	*Demandé*	*Exemple(s)*[1]	*Position*	*Remarques*
#1	227v	*l*	*A*	*l*=3 ; *l*=R.10		*Elem.* II.4
#2	228r	*A*	*l*			
#3	228v	*l*	*d*	*l*=3		*Elem.* I.47
#4	228v	*d*	*l*	*d*=6		*Elem.* I.47
#5	229v	*d*+*l*	*l*, *d*	*d*+*l*=6	*l*=1*co.*	
#6	229v	*d*·*l*	*l*, *d*	*d*·*l*=10	*l*=1*co.*	
#7	230r	*d*–*l*	*l*, *d*	*d*–*l*=3	*l*=1*co.*	
#8	230v	*l*·(*d*–*l*)	*l*, *d*	*l*·(*d*–*l*)=15	*l*=1*co.*	
#9	231v	*d*·(*d*–*l*)	*l* etc.	*d*·(*d*–*l*)=14	*l*=1*co.*	
#10	231v	*l*+*A*[2]	*l*, *A*	*l*+*A*=90	*l*=1*co.*	
#11	232r	*d*+*A*	*d*, *A*	*d*+*A*=12	*d*=1*co.*	
#12	232r	*l*+*d*+*A*[3]	*l*, *d*, *A*	*l*+*d*+*A*=37	*l*=1*co.*	
#13	232v	*A*·*l*	*A*, *l*	*A*·*l*=10		Prop. continues
#14	233r	*d*·*A*	*d*, *A*	*d*·*A*=12	*l*=1*co.*	

[3] Ceci, au fait, semble être l'opinion de Martyn [1996: 51] – en tant que classiciste beaucoup plus familier avec la littérature utilisée par Nuñez l'humaniste qu'avec la tradition mathématique.

[1] Les unités pour les longueurs est *braça de linea*, pour les aires *braça quadrada*.

[2] l identifié avec «la racine», le rectangle avec largeur 1 et longueur l, pour établir l'homogénéité de la procédure.

[3] Encore un commentaire sur le problème d'homogénéité.

Nuñez, problèmes concernant le rectangle (côtés l_1, l_2, diagonale d, aire A)

No.	*Fol.*	*Donné*	*Demandé*	*Exemple*	*Position*	*Remarques*
#15	234r	l_1, l_2	A	l_1=5, l_2=3		
#16	234r	A, l_1	l_2	A=15, l_1=3		
#17	234r	l_1, d	A	l_1=10, d=12		
#18	234v	A, d	l_1, l_2	A=12, d=5	l_1=1*co.*	
#19	235v	A, l_1+l_2	l_1, l_2	A=12, l_1+l_2=8	l_1=1*co.*	
#20	235v	A, $l_1 : l_2$	l_1, l_2	A=24, $l_1 : l_2$=2 :3	l^1=2*co.*	
#21	236r	A, l_1-l_2	l_1, l_2	A=24, l_1+l_2=2	l_1=1*co.*–1 l_2=1*co.*+1	
#22	236r	d, l_1+l_2	l_1, l_2, A	d=5, l_1+l_2=7	l_1=1*co.*	
#23	236v	l_1, $d+l_1$	l_2, d, A	l_1=4, l_2+d=8	l_2=1*co.*	
#24	236v	l_1-l_2, $d+A$	l_1, l_2, d, A	l_1-l_2=2 $d+A$=58	l_1=1*co.*–1	
#25	238r	l_1+l_2+d, $d-l_1$	l_1, l_2, d, A	l_1+l_2+d=12, $d-l_1$=2	d=1*co.*	
#26	238v	l_1+l_2+d, l_1-l_2	l_1, l_2, d	l_1+l_2+d=12, l_1-l_2=1	l_2=1*co.*	
#27	239r	l_1+l_2+A, l_1-l_2	l_1, l_2, A	l_1+l_2+A=23, l_1-l_2=2	l_2=1*co.*	
#28	239r	l_1, $l_2 \cdot A$	l_1, l_2, A	l_1=5, $l_2 \cdot A$=45	l_2=1*co.*	Fractions formelles
#29	239v	l_1, $l_2 \cdot d$	l_1, l_2, d	l_1=6, $l_2 \cdot d$=80	l_2=1*co.*	Fractions formelles
#30	240r	$d-l_1$, l_1-l_2	l_1, l_2, d	$d-l_1$=4, l_1-l_2=2	l_2=1*co.*	
#31	240v	$l_1 : l_2$, d	l_1, l_2, d	$l_1 : l_2$=3 :2, d=12	l_2=2*co.*	
#31	240v	$d : l_1$, l_2	l_1, l_2, d	$d : l_1$=5 :2, l_2=7[1]		

[1] l_1 est identifié comme *mayor*, l_2 comme *menor*. Ceci est évidemment faux, mais Nuñez ne l'observe pas même après avoir trouvé que $l_1^2=9^1/_3$, l_2^2=49.

Tous les cas où il y a une « position » sont traités par algèbre, dans le style

« rhétorique » qui sera aboli seulement par Viète et Descartes ; comme ses contemporains, Nuñez fait ample usage d'abréviations standardisées. Dans l'idiome « rhétorique » de Nuñez, l'inconnu est dénoté *cosa* (dans les traités latins *res*, chez Nuñez *co.*), et son carré *censo* (latin *census*, chez Nuñez *ce.*). Pour comprendre ses termes, il faut savoir que l'algèbre arabe s'est d'abord développée à partir d'énigmes sur une quantité monétaire ou « avoir » (*māl*, correspondant au Latin *census*) et sa racine (carrée) (*jiḏr*), – par exemple, « un avoir et 10 des ses racines font 39 ». Déjà avant al-Khwārizmī, qui écrivit au neuvième siècle le premier traité sur le sujet qui nous est parvenus, la « racine » servait pour représenter un nombre inconnu, appelé « la chose » (*šay'*), et l'« avoir » en conséquence comme le carré arithmétique de cette « chose ». Al-Khwārizmī à son tour introduisit des preuves géométriques pour les règles qui servent à résoudre les problèmes fondamentaux ; dans ces preuves, le *māl* était représenté par un carré géométrique et la racine par un rectangle avec longueur égale à la racine carrée et largeur 1. Leonardo Fibonacci, suivi en cela par Nuñez, voit dans cette représentation l'essence même de l'algèbre, et identifie le *censo* avec un carré et la racine avec un tel rectangle.

L'algèbre arabe, et la tradition latine et italienne (et Nuñez aussi), distinguaient 6 « cas fondamentaux » ; Nuñez les appelle *conjugaciones*, et les dispose (comme le *Liber abbaci* de Leonardo et la *Summa de arithmetica* de Luca Pacioli) dans l'ordre suivant :

(1) *Censos* égaux à *cosas*	(4) *Censo* et *cosas* égaux a nombre
(2) *Censos* égaux à nombre	(5) *Cosas* et nombre égaux à *censo*
(3) *Cosas* égaux à nombre	(6) *Censo* et nombre égaux à *cosas*

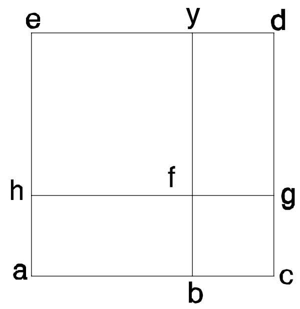
Pour le quatrième cas, le premier cas composé, Nuñez [1567 : 2^r] donne cette règle :

> multiplie la moitié du nombre des choses par soi-même, ce qui fait un carré, et à ce carré nous joindrons le nombre proposé, et de toute la somme nous prendrons la racine. De cette racine nous enlèverons la moitié du nombre des choses, et la valeur de la chose apparaîtra.[4]

La démonstration [Nuñez 1567 : 6^v–8^r] suit celle déjà donnée par al-Khwārizmī et répétée par Leonardo et Luca. Comme ces derniers, Nuñez embellit sa démonstration assez longue avec une référence aux *Éléments* II.4, mais l'idée est simple, et peut s'expliquer sur l'exemple classique « *avoir* et 10 *choses* égaux à

[4] Les prédecesseurs, d'al-Khwārizmī à Luca, avait tous parlé simplement de «la moitié des choses» là ou Nuñez a «la moitié du nombre des choses». L'introduction d'une notion explicite de coefficient est une innovation visant la transparence conceptuelle; pour le reste, la règle de Nuñez répète celle de la tradition.

39 » : L'*avoir* est représentée par le carré *ef*, dont le côté *yf*=*hf* est donc égal à sa racine carrée, c'est-à-dire à la *chose*. Si *yd*=*ha* = 5 (« la moitié du nombre des choses »), les rectangles *yg* et *hb* seront donc 5*co.* chacun, et tout le gnomon *edgfbae* aura l'aire 39. En ajoutant le carré *fc*, dont l'aire est 5×5=25 (« la moitié du nombre des choses » multiplié par soi-même), nous trouvons que l'aire du grand carré est 39+25 = 64, et son côté *ed* donc la racine carrée de 64, c'est-à-dire 8. Enlevant de cette racine « la moitié du nombre des choses » (5 = *yd*), il nous restera 3 pour *ey*, la *chose*.



Nuñez fait la démonstration sans référence à un exemple numérique, ce qui reflète son souci d'approcher l'algèbre à l'idéal euclidien. Ce même souci s'exprime aussi dans le format des problèmes géométriques. Bien que la démonstration se fasse sur un exemple numérique, l'énoncé suit le modèle des *Données* d'Euclide, comme nous pouvons le voir dans l'exemple 10 (p̃. est l'abréviation pour « plus », m̃. pour « moins », R. pour « racine ») :

> Si le côté et l'aire [d'un carré] joint ensemble étaient un nombre connu, chacun pour soi sera connu. Que cette somme soit 90, et posons que le côté soit 1*co.* L'aire du carré sera donc 1*ce.*, et nous aurons 1*co.* p̃. 1*ce.* égaux à 90, ce qui est la première conjugaison composée, et opérant par la règle viendra pour valeur de la chose R.$90\frac{1}{4}$ m̃. $\frac{1}{2}$. Et puisque la racine de $90\frac{1}{4}$ est $9\frac{1}{2}$, nous écarterons alors $\frac{1}{2}$ de $9\frac{1}{2}$, et 9 resteront pour valeur de la chose, qui est le côté, et le carré sera 81, qui avec les 9 font 90. Et dans ce cas et ceux qui son similaires, prenons le côté du carré pour racine du carré, puisque si l'on prend le côté pour une ligne comme il est, il sera impossible de faire une quantité du côté et de l'aire du carré. Mais prenons l'un pour l'autre, puisqu'ils sont équivalents, car si le côté contient 3 *braças*, la racine contient 3 *braças*. Mais une sorte de *braças* sont des lignes, et l'autre des surfaces, comme nous avons dit dans la démonstration des règles.

Ce texte est révélateur. Dans la vraie vie pratique, un arpenteur ne rencontrerait jamais la situation décrite ; du point de vue de la géométrie théorique, la situation n'est pas meilleure, nonobstant l'effort de Nuñez pour assurer l'homogénéité dans la procédure. D'autre part, si Nuñez voulait seulement des prétextes pour formuler des problèmes d'algèbre, pourquoi en construire (il y en a plusieurs, au fait – #11, #12, #24, #27) qui exigent des subterfuges subtils pour contourner un non-sens théorique ?

Les Italiens

Eh bien ! des problèmes du même genre abondent dans les géométries pratiques du bas moyen âge italien. Dans la partie géométrique de la *Summa de arithmetica* [Pacioli 1523 : II] (un livre dont parle Nuñez), on trouve sur les carrés les problèmes suivants :

Luca Pacioli, problèmes sur le carré ($_4l$ « les quatre côtés », □d le carré sur d ; numération est ajoutée)

	Fol.	*Donné*	*Demandé*	*Position*
[#1]	15^r	l	A	
[#2]	15^v	l=10	d	
[#3]	16^r	d=R.200	A, l	l=1*co.*
[#4]	16^r	□d+A=300	l	l=1*co.*
[#5]	16^r	$_4l+A=140$	l	l=1*co.*
[#6]	16^r	$A–{}_4l=121$	l	l=1*co.*
[#7]	16^v	$_4l–A=3$	l, A	l=1*co.*
[#8]	16^v	□$d+A+{}_4l=279$	l	l=1*co.*
[#9]	16^v	$_4l={}^2/_9A$	l	géométrique, ou l=1*co.*
[#10]	17^r	$_4l+{}^3/_8A=77{}^1/_2$	l	l=1*co.*
[#11]	17^r	$^4l=A$	l	l=1*co.*
[#12]	17^r	$_4l=2A$	l	l=1*co.*
[#13]	17^r	$A–3l=40$	l	l=1*co.*
[#14]	17^r	$A/d=10$	l	
[#15]	17^r	$A–4l=4$	l	l=1*co.*
[#15]	17^r	$4l+4=A$	l	l=1*co.*
[#17]	17^r	$d–l=6$	l	géométrique, ou l=1*co.*
[#18]	17^v	$d\cdot l=100$	l	l=1*co.*
[#19]	17^v	$A\cdot d=500$	l	d=1*co.* (non explicité)

Tout dans cette liste vient directement de la *Pratica geometrie* de Leonardo [éd. Boncompagni 1862 : 56–63]. Il est donc clair que Nuñez s'est inspiré de précurseurs, mais non pas que Luca (ou Leonardo) soit l'inspirateur. Au fait, d'autres traités italiens contenaient des problèmes similaires mais pas tous identiques. Un exemple est le *Trattato d'abaco* de Piero della Francesca,[5] qui contient les problèmes suivants :

[5] Biblioteca Medicea Laurenziana, cod. Ash. 280, éd. [Arrighi 1970]. La numération est encore ajoutée. Piero utilise les problèmes sur les quatre côtés et l'aire (#3–5) dans la section algébrique, et en répète seulement un seul (#8) dans la section géométrique.

Piero delle Francesca, problèmes sur le carré

No.	*Fol.*	*Donné*[1]	*Demandé*	*Position*
[#1]	83^{r}	$l=4$	A	
[#2]	83^{r}	$l=6$	d	
[#3]	52^{r}	$A+{}^{4}\mathrm{l}=140$	l	$l=1co.$
[#4]	59^{r}	${}_{4}l-A=3$	l	$l=1co.$
[#5]	60^{v}	$A-{}_{4}l=77$	l	$l=1co.$
[#6]	83^{r}	$A=2\cdot{}_{4}l$	l	$l=1co.$
[#7]	83^{v}	$A={}_{4}l+60$	l	$l=1co.$
[#8]	83^{v}	${}_{4}l-A=3$	l	$l=1co.$
[#9]	83^{v}	${}_{4}l={}^{2}/{}_{9}A$	l	$l=1co.$
[#10]	84^{r}	$d=l+6$	l	$l=1co.$
[#11]	84^{r}	$d\cdot l=$R.32	l, d	$l=1co.$
[#12]	84^{r}	$A\cdot d=500$	l, d	$l=1co.$

[1] L'unité de longueur est le *braccio* – le plus souvent laissé implicite.

La longue durée

La source commune se trouve dans les « livres sur la mesure » arabes, dont un spécimen est le *Liber mensurationum* d'un certain Abū Bakr « appelé Heus », traduit dans le douzième siècle par Gherardo da Cremona (traité dont Leonardo a tiré parti).[6] On trouve là les problèmes suivants sur les carrés :

[6] Éd. [Busard 1968].

Abū Bakr, problèmes sur le carré

No.	*Page*	*Donné*	*Demandé*	*Position*
[#1]	86	l=10	A	R
[#2]	86	l=10	d	R
[#3]	87	$l+A$=110	l	R / l=1*co.*
[#4]	87	${}_4l+A$=140	l	R
[#5]	87	$A–l$=90	l	R / l=1*co.*
[#6]	87	$A–{}_4l$=60	l	R / l=1*co.*
[#7]	88	${}_4l={}^2/{}_5A$	l	R / l=1*co.*
[#8]	88	${}_4l=A$	l	R / l=1*co.*
[#9]	88	${}^4l–A$=3	l	R / l=1*co.*
[#10]	89	d=R.200	l	R
[#11]	89	d=R.200	A	R
[#12]	89	${}_4l+A$=60	l	R
[#13]	89	$A–3l$=108	l	R
[#14]	89	${}_4l={}^3/{}_8A$	l	R
[#15]	89	$A/d=7{}^1/{}_2$	l	R
[#16]	89	$d–l$=4	l	R
[#17]	90	$d–l$=5	l	Renvoi au précédent
[#18]	90	$d=l+4$	l	R
[#19]	90	$A/d=7{}^1/{}_2$	l, d	R

La différence principale entre ce schéma et ceux qui le précèdent consiste dans la présence des « R » dans la colonne des positions. Les « R » indiquent que la solution se trouve selon une « règle » ou une « exécution » (*opus* dans le latin) qui n'est pas comprise comme algébrique ; pour certains des problèmes (#3, #5, etc.), une alternative selon l'algèbre est offerte.

Parfois ces règles coïncident dans leurs pas numériques avec les solutions algébriques, parfois non. Dans aucun des deux cas, le texte n'explique pourquoi les règles fonctionnent ; au fait, pourtant, elles sont basées sur des raisonnements géométriques semblables à celui présenté ci-dessus – celui pour #3 en est l'analogue parfait. Cela se voit à travers certaines sources latines et italiennes dérivées d'autres branches de la tradition arabe, mais c'est aussi une conséquence de l'origine lointaine des « problèmes pratiques sans pratique ».

Cette origine est vraiment lointaine.[7] Le premier texte ou l'on trouve le problème des « quatre côtés et l'aire » d'un carré est une tablette babylonienne de l'époque de Hammurapi (18ième siècle avant notre ère) – et déjà, comme chez Luca, le côté est 10, et déjà « les quatre côtés » précèdent l'aire dans l'énoncé. Dès lors (ce qui est peut-être encore plus surprenant) le problème était une citation folkloristique, comme révèle par exemple son vocabulaire aberrant par rapport à la norme scolaire du temps.

La communauté citée semble être la profession des arpenteurs, apparemment « laïque » (c'est-à-dire, pas formée dans l'école des scribes) et apparemment parlant la langue Akkadienne et pas le sumérien. Comme toutes les professions de mathématiciens pratiques avant l'ère moderne, celle-ci se servait d'énigmes mathématiques pour se définir – en d'autres mots, pour distinguer les membres légitimes, *ceux qui savent et peuvent*, des ignorants incapables.[8] Évidemment, à cette époque une communauté non-scribale ne laissait pas de témoignages écrits de sa culture professionnelle, mais une vue d'ensemble des nombreuses traditions écrites qui jusqu'au moyen âge ont emprunté des arpenteurs[9] nous permet d'énumérer les énigmes qui probablement circulaient déjà avant 1800 avant notre ère. Sur les carrés, la liste probable est :

$l+A = \alpha$ (= 110)	$l-A = \varepsilon$
$_4l+A = \beta$ (= 140)	$_4l-A = \zeta$ (?)
$A-l = \gamma$	$_4l = A$
$A-_4l = \delta$ (?)	$d–l = 4$ (?)

(les lettres grecques représentent des nombres donnés, probablement fixes ; les points d'interrogation expriment un doute portant sur la date d'entrée dans la tradition).

Sur deux carrés avec côtés l_1 et l_2, quatre problèmes au total semblent avoir circulé :

$A_1+A_2 = \alpha,\ l_1\pm l_2 = \beta$	$A_1-A_2 = \alpha,\ l_1\pm l_2 = \beta$

[7] L'espace ne permet pas la documentation de cette préhistoire. Je renvoie au traitement détaillé dans [Høyrup 2001] ou [Høyrup 2002: 362–417].

[8] Ces énigmes, une fois adoptés par les écoles et les lettrés, deviennent des «problèmes de récréation» (c'est déjà de rôle des «quatre côtés et l'aire» dans la tablette babylonienne). À l'origine, pourtant, leur rôle est celle des «neck riddles», énigmes qui – comme celle posée par le sphinx à Édipe – dénient l'accès à ceux qui ne savent pas répondre.

[9] Parmi eux, on peut nommer les géométries théoriques et pratiques des Grecs, avec l'arithmétique de Diophante et celle de certains néopythagoriciens; la mathématique des Jainas indiens; et la géométrie pratique arabe du moyen âge. Les rejetons latins et italiens dérivent de cette dernière.

Les problèmes suivants traitaient d'un rectangle :

$A = \alpha,\ l_1 \pm l_2 = \beta$ $\qquad$ $A = \alpha,\ d = \beta$

$A+(l_1 \pm l_2) = \alpha,\ l_1 \mp l_2 = \beta$

Vers le troisième siècle avant notre ère, un nouveau groupe sur les rectangles s'ajoute :

$l_1+l_2+d = \alpha\ ,\ \ A = \beta$ $\qquad$ $d+l_1 = \alpha\ ,\ \ d+l_2 = \beta$

$d-l_1 = \alpha\ ,\ \ l_2 = \beta$ $\qquad$ $l_1+ l_2 = \alpha\ ,\ \ d = \beta$

$d+l_1 = \alpha\ ,\ \ l_2 = \beta$

Nuñez

À l'exclusion de ceux qui traitent de deux carrés, tous ces problèmes se retrouvent chez Abū Bakr, et encore chez Leonardo, Luca et – avec quelques rares exceptions – Piero. Pas tous sont répétés par Nuñez, et Nuñez nous en offre encore d'autres (une partie seulement desquels est empruntée à Luca et Leonardo). Il n'est pas à exclure que certaines innovations qui semblent provenir de Nuñez soient au fait dérivés d'autres traités italiens – personne ne les a examinés dans leur totalité – mais c'est assez sûr que beaucoup des innovations apparentes en étaient des vraies. Ce que Nuñez nous propose n'est donc pas exactement l'accumulation de tout ce qu'il a trouvé dans les chapitres sur les carrés et les rectangles dans les géométries pratiques courantes ; c'est une liste épurée et augmentée qui lui permet de démontrer que l'algèbre sert – et sert bien – pour résoudre de tels problèmes. Puisqu'il ne prétend pas que ses problèmes ont un intérêt pratique, il n'y aucune raison de s'émerveiller qu'ils n'en ont pas ; pour lui, ils représentent *la géométrie* des carrés et des rectangles.

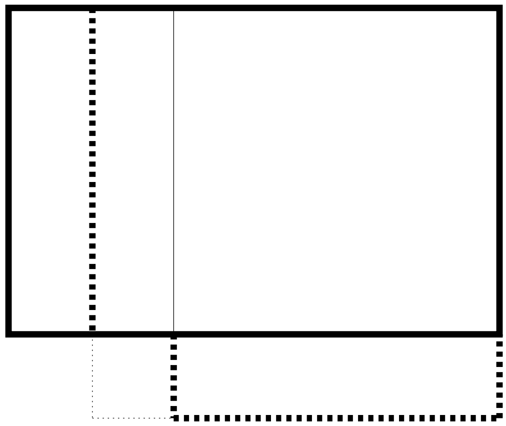
Évidemment, pour démontrer cette efficacité de l'algèbre Nuñez répète souvent les solutions algébriques déjà données par Abū Bakr et copiées par Leonardo et Luca. Pour cela il n'y avait pas besoin de copier, le choix du côté du carré ou d'un des côtés du rectangle arrive trop naturel pour cela. Mais comme nous voyons, Nuñez fait parfois un choix différent – par exemple dans son #21 (qui traite d'un rectangle) :

> Si l'aire était connue, et l'excédent d'un côté sur l'autre était connu, chacun des côtés sera connu. Exemple : Soit l'aire 24, et la différence entre les côtés 2. Divisons cette différence en moitiés, et nous poserons que le côté mineur soit 1*co.* m̃. 1 et le côté majeur soit 1*co.* p̃. 1, afin que la différence soit 2. Et afin qu'un côté multiplié par l'autre fasse l'aire, multiplions donc 1*co.* m̃. 1 par 1*co.* p̃. 1, et nous ferons 1*ce.* m̃. 1, qui seront égaux à 24, que nous posions être l'aire. Faisant l'équation nous trouverons qu'un *censo* est égal à 25, ce qui est une simple conjugaison. Divisons

donc 25 par 1,[10] et les mêmes 25 viendront, la racine desquels est 5, qui sera la valeur de la chose. De suite le côté mineur sera 4, et le majeur 6.

C'est là une traduction algébrique de la « règle » d'Abū Bakr, Leonardo et Luca. Dans la version de Luca [Pacioli 1523 : II, 18r], certainement connue de Nuñez, on lit (l'aire est 48, la différence 2) :

> Prend la moitié de 2, ce qui est 1. Multiplie-le par soi-même, ils font 1. Ajoute à 49, ils font 49, dont la racine est 8, qui ajoutés au 1 mentionné font 8 pour le côté majeur et 6 pour le mineur.



Luca, suivant Leonardo, prouve la règle par une référence aux *Éléments* II.5, ce qui correspond au fait que ces deux auteurs trouvent le côté majeur avant le mineur. Nuñez, comme Abū Bakr, donnent la précédence à la soustraction, ce qui s'explique par la figure ci-contre (semblable à celle des *Éléments* II.6, et en effet la source probable de ce diagramme euclidien) : L'excédent de la longueur par rapport à la largeur est coupé en deux, la moitié extérieure est déplacée, formant avec la partie du rectangle restée en place un gnomon, toujours d'un aire de 24. Ce qui manque pour compléter ce gnomon et en faire un carré est le petit carré sur la moitié de l'excédent (1×1=1). Le gnomon complété sera donc 24+1=25, et son côté 5. En enlevant la partie déplacée nous trouvons la largeur, qui sera donc 5–1=4. Puis, la remettant en place nous aurons la longueur, qui sera 5+1=6. Puisque cette pièce doit être « à disposition » avant qu'elle puisse être ajoutée, la précédence va forcément à la soustraction.

Comme chez nous, les additions précèdent les soustractions chez Nuñez quand rien ne l'empêche. Il n'est donc guère douteux que Nuñez a connu la règle sous sa forme originale, qui effectivement se trouve dans plusieurs traités italiens.[11] La « géométrie » que Nuñez veut soumettre à la souveraineté de l'algèbre n'est pas seulement la géométrie qu'il trouve dans la *Summa de arithmética* (la géométrie aussi de Leonardo), c'est toute la tradition de géométrie

[10] Comme nous voyons ci-dessus, Nuñez présente les cas fondamentaux en version non-normalisée, ce qui implique que le premier pas des règles correspondants soit une normalisation.

[11] Par exemple dans celui qui contient le premier traitement connu de l'algèbre en langue vulgaire, le *Tractatus algorismi* de Jacopo de Florence, ms. Vat. Lat. 4826, éd. [Høyrup 2000].

pratique des maîtres italiens.[12]

L'argument qui précède est construit exclusivement sur le traitement des carrés et des rectangles. La géométrie de Nuñez ne s'arrête pas là, ni celui des maîtres italiens. Pourtant, une analyse des problèmes des triangles etc. ne changerait rien à la conclusion atteinte ci-dessus. Comme Savasorda, et comme Leonardo suivi par Luca, Nuñez fait de son mieux pour consolider les règles de la géométriques par des références et des démonstrations euclidiennes ; mais sa géométrie, comme celle de son ami John Dee auteur d'un fameux *Mathematicall Praeface to the Elements of Geometrie of Euclid of Megara* [ed. Debus 1975] et celle de son contemporain Pierre de la Ramée (certainement moins doué que Nuñez pour les mathématiques,[13] et bien moins informé sur ses vraies applications), le cœur de la mathématique est la mathématique des praticiens (avec ou « sans pratique »).

Ce qu'il fait, Nuñez le fait bien, et de manière beaucoup plus ordonnée que Luca ; le fait qu'il choisisse comme point de référence une tradition vieille de plus de trois millénaires (une tradition dont personne ne se souviendra après lui) ne peut que susciter la sympathie de l'historien. Mais son souci d'ordre conceptuel et sa dépendance envers la tradition eurent des conséquences. Cardano, esprit insoumis et certainement moins ordonné, put entreprendre l'exploration de l'univers des cubiques, sonder les nombres imaginaires et complexes, et faire les premier pas dans la détermination des corrélations entre les coefficients d'une équation et la nature de ses racines. Viète continua cette dernière entreprise, et Descartes, soumettant à l'algèbre la géométrie supérieure des courbes, créa l'algèbre moderne et l'amorce de toute l'analyse symbolique – si riche en applications jamais imaginées avant son temps (plutôt, jamais avant le début du 18$^{\text{ième}}$ siècle). Nuñez, avec un horizon défini par *l'utilité déjà réalisée,* contribua au développement de la cosmographie et de la trigonométrie

---

[12] Que la source fondamentale de Nuñez est la tradition large et non pas un livre isolé est manifeste aussi de son premier manuscrit algébrique de 1533 (paraphrasé dans [Martyn 1996: 28–50]). Comme les traités italiens du 14$^{\text{ième}}$ siècle (et beaucoup de ceux du 15$^{\text{ième}}$) il est dépourvu de démonstrations géométriques pour les cas fondamentaux de l'algèbre – et comme beaucoup d'eux il donne des schémas pour les additions et les multiplications des binômes, et opère sûr des fractions formelles comme $\frac{8co.\ p.\ 20}{4ce.}$. Le *Libro de algebra* introduit les démonstrations géométriques, mais conserve les autres caractéristiques de l'ébauche juvenile.

[13] Pour voir cela, il suffit de regarder son *Algebra* [Ramus 1560] – mais dans cette version originale, les éditions remaniées par Lazarus Schoner – par exemple, celle qui se trouve dans [Schoner 1599] – contiennent beaucoup de ce que l'auteur originaire ne comprenait pas.

sphérique ; mais comme prophète pour la nouvelle importance de l'algèbre il était, comme Moïse, condamné à rester hors de la Terre Promise.

Jens Høyrup, Rome, 12 mars 2002

Références

Arrighi, Gino (éd.), 1970. Piero della Francesca, *Trattato d'abaco*. Dal codice ashburnhamiano 280 (359*–291*) della Biblioteca Medicea Laurenziana di Firenze. A cura e con introduzione di Gino Arrighi. (Testimonianze di storia della scienza, 6). Pisa : Domus Galileana.

Boncompagni, Baldassare (éd.), 1862. *Scritti* di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo. II. *Practica geometriae* et *Opusculi*. Roma : Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche.

Busard, H. L. L., 1968. " L'algèbre au moyen âge : Le « Liber mensurationum » d'Abû Bekr " . *Journal des Savants*, Avril-Juin 1968, 65–125.

Debus, Allen G.(éd.), 1975. John Dee, *The Mathematicall Praeface to the Elements of Geometrie of Euclid of Megara* (1570), with an Introduction. New York : Science History Publications.

Høyrup, Jens (éd., trad.), 2000. Jacobus de Florentia, *Tractatus algorismi* (1307), the chapter on algebra (Vat. Lat. 4826, fols 36v–45v). *Centaurus* **42**, 21–69.

Høyrup, Jens, 2001. " On a Collection of Geometrical Riddles and Their Role in the Shaping of Four to Six « Algebras » " . *Science in Context 14*, 85–131.

Høyrup, Jens, 2002. *Lengths, Widths, Surfaces : A Portrait of Old Babylonian algebra and its kin*. (Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences). New York : Springer.

Lénine, V. I., 1971. *Œuvres choisies*. 3 vols. Moscou : Éditions du Progrès.

Martyn, John R. C. (éd., trad.), 1996. *Pedro Nuñez (1502–1578) : His Lost Algebra and Other Discoveries* (American University Studies, Series IX, 182). New York : Peter Lang.

Nunez, Pedro, 1567. *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*. Anvers : En casa de los herederos d'Arnaldo Birckman.

Pacioli, Luca, 1523. *Summa de Arithmetica geometria. Proportioni : et proportionalita*. Novamente impressa. Toscolano : Paganinus de Paganino.

[Ramus, Petrus], 1560. *Algebra*. Paris : Andreas Wechelum.

Schoner, Lazarus (éd.), 1599. Petri Rami *Arithmeticae libri duo : Geometriae septem et viginti*. [Lazarus Schoner, *De numeris figuratis liber*. Petrus Ramus, *Algebra*. Lazarus Schoner, *De logistica sexagenaria liber*]. Francofurti : Andreae Wecheli heredes.