Mathematik

1. *Allgemeines*

Das folgende behandelt die schriftlich belegte Mathematik des vorgriechischen Vorderen Orients, das heißt, in erster Reihe die Mathematik der mesopotamischen und ägyptischen Schreibertraditionen, insofern die Quellen es erlauben jedoch auch die Mathematik “laier” Praktiker.

Wenn die Schreiber sie sich mit den Eigenschaften mathematischer Objekte beschäftigten, war der Ziel immer Berechnung. Das war im Berufspraxis selbstverständlich, zeigt sich aber auch in den Schultexten, wenngleich diese oft Situationen behandeln, die in der Praxis nie vorkommen konnten, oder praktisch irrelevante Größen berechnen. Dasselbe gilt für Praktiker wie Kaufleute und Landmesser, wenn nicht für Architekten und andere Künstler; da es aber fast immer unmöglich ist, aus Bau- und anderen Kunstwerken den Charakter des hinter ihren Symmetrien (m.w.) stehenden mathematischen *Wissens* mit irgendeiner Sicherheit herauszulesen, ist fast jede vorgriechische Mathematik, die wir als solche kennen, auf Berechnung eingerichtet. Ihre Geometrie arbeitet deshalb auch immer mit *meßbare* Strecken, Flächen, u.s.w.

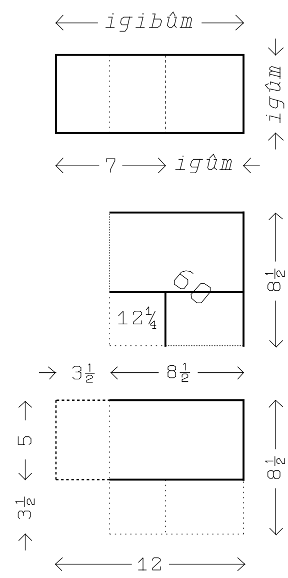
2. Mesopotamien

Die mesopotamische Mathematik scheint in derselben Prozeß wie die Schrift erzeugt zu sein. Im späteren 4. Jahrtausend, als die Tempelverwalter in Uruk die Prozeduren für die Geschäftsführung einer neuen komplexen Gesellschaft gestalteten, scheinen sie eine Reihe älterer Techniken mathematischen Charakters systematisch vereinigt zu haben, und dabei u.a. eine auf dem Grundzahl 60 basierte Zahlen-Notation, eine einheitliche Metrologie für Länge und Fläche, und eine Reihe von – mit der Metrologie harmonisierten – Berechnungsvorgänge geschaffen zu haben.

Während des 3. Jahrtausends wurden diese techniken weitergeführt, und Zahlensystem und Metrologie Schrittweise erweitert und verfeinert. In der Fara-Zeit aber, als zum ersten Mal eine mit der Tempelverwaltung nicht zusammenfallende Schreiber*profession* sichtbar wird, gibt es Zeugnisse einer intellektuellen Nachprüfung der Tragweite der Werkzeuge des Berufs: Schrift und Mathematik. Außer den ersten literarischen Texten finden wir Beispiele von "außer-nützlichen" Aufgaben, d.h., Berechnungen jenseits des direkt Nutzbaren – z.B. Divisionen von sehr große runde Zahlen oder Maße mit Divisoren, die mit der Struktur von Zahlensystem und Metrologie nicht harmonieren (bisher war scheinbar alle Mathematikunterricht auf "Modell-Dokumente" basiert).

Außer-nützliche Aufgaben gibt es auch in der Schule der Akkad-Zeit, während aus Ur III wieder nur Modell-Dokumente gefunden worden sind. Während Ur III scheint andererseits (nach individuellen Experimenten in früheren Jahrhunderten) das Sexagesimale *Stellenwert-System* geschaffen worden zu sein, gemeint für die vielen Berechnungen der Verwaltung. Nützlich konnte das System erst dann werden, wenn Multiplikations- und Reziprokentabelle vorhanden waren (Division mit *n* wurde als multiplikation mit $^1/_n$ gemacht), nebst tabellierten technischen Konstanten und metrologischen Konvertierungen; seine Schöpfung wurde vermutlich nur durch die Existenz der zentralisierten Verwaltung ermöglicht. Da die Notation nicht mit den Äquivalenten des Nuls und des Dezimalkommas ausgestattet war, konnte  (30+3 – 20+1) sowohl 33;21 = $33+^{21}/_{60}$ als 33,60 = $33{\cdot}60+21$ (oder 33,0;21 = $33{\cdot}60+^{21}/_{60}$, u.s.w.) bedeuten; es war deshalb nur für Zwischenrechnungen und Schulübungen verwendbar, wo die Größenordnung schon vorher bekannt war.

Bei der Neuanfang der Schule nach dem Zusammenbruch von Ur III kehrte die außer-nützliche Mathematik zurück. Ihr Kern wurde eine Geometrie-basierte "Algebra" zweiten Grades, von welcher diese Aufgabe als Beispiele dienen kann: Von zwei Zahlen aus der Reziprokentabelle, *igûm* und *igibûm* ("das Reziproke" und "sein Reziprokes"), dessen Produkt als 60 = 1,0 statt 1 genommen wird, ist gegeben, das der *igibûm* den *igûm* mit 7 übersteigt. Das Produkt wird als einen Rechteck mit Fläche 60 vorgestellt (siehe Figur), und die äußere Hälfte des Überschusses über das Quadrat auf dem *igûm* abgeschnitten und bewegt, so daß ein Gnomon (noch mit Fläche 60) entsteht. Bei Hinzufügung vom kleinen Quadrat 3½×3½ = 12¼ wird der Gnomon dann als Quadrat mit Fläche 72¼ (und deshalb Seiten 8½) ergänzt. Aus einer der Seiten wird das umgelegte Stück 3½ "herausgerissen", was den *igûm* hinterläßt als 8½–3½ = 5; demnach wird es der zustoßenden Seite wieder hinzugefügt, woraus der *igibûm* als 8½+3½ = 12



gefunden wird.

Die numerischen Schritte sind genau diejenige der Lösung eines modernen Gleichungssystems, und auch die “analytische” Methode ist ähnlich: Die gesuchte Größen werden als bekannt repräsentiert und behandelt. Der einzige unterschied ist, das die Repräsentation aus “Längen”, “Breiten”, “Quadrat-Seiten” und “Flächen” besteht, nicht aus für Zahlen stehenden Buchstaben. Die Strecken werden aber genau wie unsere abstrakte Zahlen als Repräsentanten für andere Größen benutzt – sei es Zahlen, sei es Preise oder Arbeitstage, sei es geometrische Größen anderer Art. Ein formaler Nachweis der Richtigkeit des Prozedurs gibt es nicht, aber wie in moderner Gleichungsalgebra “sieht” man unmittelbar und in “naiver” Weise, das alles stimmt.

Aufgaben dieser Art (die meisten jedoch direkt in der geometrischen Repräsentation formuliert) gibt es aus der altbabylonischen Zeit hunderte. Dank der Repräsentation von Flächen durch Strecken sind einige davon auch höheren Grades, jedoch biquadratisch Lösbar; einige gemischte Probleme 3. Grades werden auch mittels Faktorisierung gelöst. Da größere Texte in ihrem Aufbau deutlich “algebraische” von “nicht-algebraische” Aufgaben über (z.B.) Quadrate unterscheiden, können wir in jedem Sinn von einer mathematischen *Disziplin* reden.

Ursprung dieser Disziplin war scheinbar eine kleine Gruppe von geometrischen Rätseln, die unter akkadisch-sprechenden “laien” Landmessern um 2000 cirkulierten: Aus der Summe “der vier Seiten und der Fläche” eines Quadrats dessen Seite zu finden, aus der Fläche und der Summe der Seiten eines Rechtecks dessen Länge und Breite zu bestimmen, u.ä. Der Anzahl dieser Rätseln (die im Umfeld der Landmesser bis im Spätmittelalter weiterlebten) war aber eng begrenzt, und sie dienten nie als *algebraische Repräsentation*. Erst die altbabylonische Schule machte daraus eine Algebra und eine Disziplin. Das Ziel war kaum mathematische Forschung, sondern mit dem Ideal des “Schreiber-Humanismus” verbunden: Virtuose Ausübung der professionellen Tätigkeit weit über das täglich notwendige hinaus. Ein Schreiber zeigte sich ein echter Schreiber dadurch, daß er Sumerisch lesen und schreiben konnte und nicht nur das Akkadische, das jedermann sprach – und dadurch, daß er undurchschaubare mathematische Aufgaben zu lösen wußte und nicht nur die Berechnungen der täglichen Verwaltung und Buchhaltung durchführen konnte.

Außer Algebra dieser art (und anderen weniger auffallenden Typen von außer-nützlichen Mathematik), gab es natürlich auch die für die tägliche Verwaltung notwendige Kenntnisse. (Praktisch) rechteckige Flächen wurden als das produkt von Länge und Breite bestimmt, und in entsprechender Weise die Flächen von (praktisch) rechteckige Dreiecke und Trapezen. Zur Berechnung der Fläche nicht ganz rechteckiger Vierecke wurde der “Landmesser-Formel” benutzt (Durchschnittslänge × Durchschnittsbreite); schiefere Figuren wurden aufgeteilt in praktisch rechteckige Teilflächen. Der Durchmesser des Kreises wurde als $^1/_3$ des Umkreises bestimmt, die Fläche damit übereinstimmend als $^1/_{12}$ des Quadrats des Umkreises (die Fläche des Halbkreises dagegen als $^1/_4$ vom Produkt von Durchmesser und Bogen).

Volumina wurden in der Flächenmetrologie gemessen, unter der stillschweigenden Voraussetzung, daß die Flächen mit einer Dicke von 1 Elle ausgestattet waren. Prismatische Volumina wurden dann dadurch berechnet, daß diese virtuelle Dicke der Grundfläche zur wahren Höhe “gehoben” wurde. Dieser Vorgang war so grundlegend, daß “Hebung” der allgemeine Terminus für alle auf Proportionalität basierte Multiplikationen wurde. Kegel- und Pyramidenstumpfe wurden zuweilen annähernd (und nicht sehr genau) als Mitte-Querschnitt × Höhe bestimmt, in einem Fall korrekt (ob von Zufall ist unsicher).

Die Böschung einer schiefen Ebene wurde durch den Rücksprung angegeben. Einen allgemeinen Maß für die gegenseitige Neigung zweier Linien (einen quantifizierten Winkelbegriff) gab es nicht, gewiß aber die Unterscheidung zwischen praktisch rechte und Schiefe Ecken.

Bei dem Zusammenbruch des altbabylonischen Reiches verschwand die Schule, und mit ihr auch fast jede Spur mathematischer Tätigkeit für etwa 1000 Jahre. Aus Spätbabylonischer Zeit gibt es wieder eine Handvoll mathematische Texte, die in der Umgebung der Astrologen- und Exorzisten-Priester entstanden sind (im Gegensatz ist jede frühere Mathematik mit Religion, Magie und symbolische Numerologie völlig unverbunden). Abgesehen von der Anfertigung vielstelliger Reziprokentafel (vermutlich für astronomische Berechnungen gemeint) gibt es in dem sparsamen Material kaum Grundlegende Änderungen. Algebra kommt noch vor, abgesehen aber von ein Paar *igûm-igibûm*-Aufgaben scheint es aber (u.a. aus sprachlichen Gründen), daß es sich um eine neue Entlehnung von den Landmessern und nicht um eine Weiterführung einer alten Schreibertradition dreht – und da über den *igûm-igibûm*-Aufgaben hinaus Repräsentation nicht vorkommt, darf man eigentlich nicht länger von "Algebra" reden. Zwei Tafel aus der Seleukidenzeit enthalten auf diesem Gebiet gewisse charakteristische Innovationen in Methode und Fragestellung, die auch anderswo Auftauchen.

3. Ägypten

Die erste Dokumentation pharaonisch-ägyptischer Mathematik ist die früh- oder vielleicht spät vordynastische "Narmer-Keule", auf welcher u.a. 1.422.000 (sicherlich eroberte) Ziegen und 120.000 Gefangenen aufgerechnet werden. Das illustriert, das die Legitimität des pharaonischen Staats auf Eroberung (und kosmische Stabilität), nicht wie die der frühen mesopotamischen Staatsbildung auf administrative Gerechtigkeit baute. Trotzdem war im 3. Jahrtausend die Entwicklung der ägyptischen Mathematik (mit einer Ausnahme, s. unten) eng an die Staatsverwaltung geknüpft: beginnend mit der 1. Dynastie wurde die jährliche Nilhöhe beobachtet, zweifellos um daraus die mögliche Ernte und die Steuer zu berechnen; im 2. wurde jede zwei Jahre eine "Zählung" der Reichtümer des Landes unternommen.

Von den mathematischen Techniken des 3. Jahrtausends wissen wir wenig. Das System der ganzen Zahlen ist schon auf der Narmer-Keule voll entwickelt; von Brüchen gab es besondere Zeichen für ${}^{2}/_{3}$, ${}^{1}/_{2}$, ${}^{1}/_{3}$ und ${}^{1}/_{4}$, sonst wurden metrologische Untereinteilungen benutzt. Die ersten Spüren der späteren "*ro*"-Stammbrüche (nämlich ${}^{1}/_{4}$, ${}^{1}/_{5}$ und ${}^{1}/_{6}$; s. unten) finden wir im 24. Jahrhundert; es ist doch von ihrer Verwendung klar, daß das spätere charakteristische *System* noch nicht existierte (siehe unten).

Auch die Geometrie des Tempel- und Pyramidenbaus und des "kanonischen Systems" für die Proportionierung menschlicher Körper in der Bildkunst war scheinbar auf die Metrologie und ihre Untereinteilungen basiert; beides fängt spätestens frühdynastisch an. Sowohl Landmessung als die Auslegung von Tempelgrundpläne wurden mit ausgespannten Seilen gemacht (das Zeichen für 100 ist schon auf der Narmer-Keule das 100 Ellen lange Meß-Seil). Das "kanonische System" wurde innerhalb eines Quadrat-Netz benutzt.

Was allgemein bekannt ist als "ägyptische Mathematik" beginnt erst im Mittleren Reich, vermutlich als Konsequenz der Einrichtung der Schreiberschule (bisher wurden Schreiber als Lehrlinge herangebildet). Die Hauptquellen für unsere Kenntnis dieser Mathematik sind zwei große Papyri, der “Rhind mathematischer Papyrus” (RMP) und der “Moskau Papyrus” (MP). RMP ist eine Art Handbuch des Lehrers oder Rechners, MP eine vom Lehrer korrigierte Schülerarbeit.

Kern der RMP-MP-Mathematik war das System von ganzen Zahlen und Stammbrüchen, die daran geknüpften arithmetischen Techniken, und ein Zugang basiert auf Additivität und proportionalität (letzteren im Sinne, daß jede Quantität als *Zahl* verstanden wurde, und das jede Zahl jede andere zählen oder von ihr gemessen werden konnte). Ganze Zahlen wurden durch Wiederholung von den Zeichen für 1, 10, 100, ... 100.000 geschrieben. Für $^2/_3$, $^1/_2$ und $^1/_3$ gab es besondere Zeichen (als 3", 2’ und 3’ wiedergegeben); andere Stammbrüche wurden mit einem Zeichen “ro”, “Teil”, über den entsprechenden Zahl geschrieben (als $\overline{}$ wiedergegeben). In einem Zahl dürfte derselbe Stammbruch nicht mehr als einmal vorkommen; $\overline{5}$ $\overline{5}$ war deshalb keine Zahlenangabe (im 24. Jahrhundert wurde es dagegen im Sinne $^2/_5$ benutzt); stattdessen war es ein Problem, mit Lösung 3’ $\overline{15}$.

Als erstes Beispiel können wir die Multiplikation von 8 3" $\overline{6}$ $\overline{18}$ = $8\,^8/_9$ mit sich selbst (RMP 42) betrachten:

1	8 3" $\overline{6}$ $\overline{18}$
2	17 3" $\overline{9}$
4	35 2’ $\overline{18}$
/8	71 $\overline{9}$
/3"	5 3" $\overline{6}$ $\overline{18}$ $\overline{27}$
3’	2 3" $\overline{6}$ $\overline{12}$ $\overline{36}$ $\overline{54}$
/$\overline{6}$	1 3’ $\overline{12}$ $\overline{24}$ $\overline{72}$ $\overline{108}$
/$\overline{18}$	3’ $\overline{9}$ $\overline{27}$ $\overline{108}$ $\overline{324}$
Summe	79 $\overline{108}$ $\overline{324}$

Die Bedeutung ist folgendes: “1” von 8 3" $\overline{6}$ $\overline{18}$ ist 8 3" $\overline{6}$ $\overline{18}$; “2”, “4” und “8” davon werden durch fortgesetzte Verdoppelung gefunden. Die erste Verdoppelung geht glatt, die Zweite stellt uns schon ein Hauptproblem vor: da $\overline{9}$ nicht als $\overline{9}$ $\overline{9}$ aber nur als $\overline{6}$ $\overline{18}$ verdoppelt werden darf, gibt die ganze Verdoppelung 35 3’ $\overline{6}$ $\overline{18}$, wo 3’ $\overline{6}$ dann in 2’ verwandelt wird.

Die Herausfindung von “3"”, “$\bar{6}$” und “$1\bar{8}$” von 8 3" $\bar{6}$ $1\bar{8}$ illustriert die Vorliebe der Rechner für die Hauptbrüche 3" und 2’, und für die Herausfindung kleinerer Teile durch fortgesetzte halbierung (das ging natürlich nicht immer); die Addition der resultierenden Stammbrüche, $\bar{9}$ 3" $\bar{6}$ $1\bar{8}$ $2\bar{7}$ 3’ $1\bar{2}$ $2\bar{4}$ $7\bar{2}$ $10\bar{8}$ 3’ $\bar{9}$ $2\bar{7}$ $10\bar{8}$ $32\bar{4}$, wurde dadurch gemacht, daß alle als Anteile einer passenden Referenz-Größe (funktionell einem gemeinsamen Nenner ähnlich) genommen wurde, z.B. 108; 3" davon ist 72, $\bar{6}$ ist 18, ..., 24 ist $4^{1}/_{2}$, ...; insgesamt kriegen wir $217^{1}/_{3} = 216+1^{1}/_{3}$; 216 ist 2 von 108, $1^{1}/_{3}$ ist $10\bar{8}$ $32\bar{4}$ davon.

Das Schema für Division war demjenigen der Multiplikation ähnlich – nur wurde hier der Dividend durch fortgesetzte Verdoppelung und Stammbruch-Anteile des Divisors ausgeleert

RMP beginnt mit einer “Tabelle” $2/n$, $n = 3, 5, ..., 101$, die solche Multiplikationen und Divisionen dienen sollte. Da nicht nur die Ergebnisse sondern auch die Berechnungen gegeben werden, ist diese Tabelle das größte Stück zusammenhängender ägyptischer Mathematik, das wir besitzen.

Für praktische Zwecke war dieses System kaum besser als die Verwendung metrologischer Untereinteilungen. Auch treffen wir in wirtschaftlichen Dokumenten manchmal sehr grobe Annäherungen. Seine Vorteile zeigen sich erst innerhalb einer Schul-Kontext:

– Es erlaubt Exaktheit, und damit die Entscheidung ob der Schüler “richtig gefunden hat”, wie der Lehrer im MP schreibt.
– Es erlaubt theoretische Integration von allen Techniken. Das eine solche angezielt wurde ist offensichtlich – nach der $2/n$ Tabelle sind die ersten 34 Aufgaben alle Abstrakt formuliert, in Zahlen, Stammbrüche und unbestimmte “Quantitäten”.
– Ihre Anwendung zuläßt die Ausübung von rechnerischer Virtuosität; was die altbabylonische Schule durch ihre Algebra erzielte, erreichte die ägyptische (wo eigentlich außer-nützliche Aufgaben selten sind) gewisserweise mit ihren Stammbrüchen.

Die praktisch-arithmetische Aufgaben, die in RMP und MP mit diesen arithmetischen Techniken gelöst werde, entsprechen oft die Gesellschafts- und Mischungsrechnung modernerer Zeit – nur sind ihre proportionale Verteilungen nicht unter Geschäftspartnern, und die Mischungen betreffen Getreidegehalt von Brot und Bier, nicht Metalgehalt von Münzen. Das Lösungsprinzip ist oft eine

Variante des “einfachen falschen Ansatzes”.

In geometrischen Berechnungen wurde die Fläche eines Rechtecks als Produkt von Länge und Breite gefunden, und die eines gleichschenklichen Dreiecks als Mittellinie (d.h., Höhe) mal halbierte Grundlinie, mit der ausdrücklichen Begründung, daß dadurch das Dreieck in sein Rechteck verwandelt wird; demnach wurden weitere Kontext-bestimmte metrologische Konvertierungen gemacht. Die Fläche des Kreises wurde als Quadrat auf $^8/_9$ des Durchmessers bestimmt; das interessante parameter war also nicht das Verhältnis zwischen Umkreis und Durchmesser (π) sondern $\sqrt{\pi/4}$, die (recht gut) als $^8/_9$ angenähert wurde. (Schon deshalb ist es sinnlos, π in Pyramiden und anderswo zu suchen). Es ist nicht entscheidbar, ob eine Aufgabe in MP die Oberfläche eines Halbkugels oder die (gleich große) krumme Oberfläche eines Halbzylinders korrekt findet.

Prismatische Volumina wurden als Produkt von Grundfläche und Höhe (nach weiterer Multiplikation mit einem metrologischen Korrektionsfaktor) gefunden; eine Aufgabe in MP findet (korrekt) das Volumen eines Pyramidenstumpfs.

Hohlmaße hatte eigene Metrologien, obwohl diese (vermutlich durch sekundärer Normalisierung) mit den Längen- und Volumenmaßen verbunden waren. Von besonderer Interesse ist eine Untereinteilung vom *ḥeḳat* durch fortgesetzte Halbierung (bis $^1/_{64}$). Für jeder dieser Teilen gabe es schon im 3. Jahrtausend ein hieratisches Zeichen; nach 1500 wurden entsprechende hieroglyphische Zeichen erfunden, die (scheinbar noch viel später) zur “heilenden Auge des Horus” zusammengesetzt wurden. Die Chronologie macht es aber offenbar, daß diese sakrale Begründung ein sekundärer Auswuchs ist.

Wie in Mesopotamien wurden Böschungen mittels den Rücksprung gemessen (“*r* Handbreiten zurück pro Elle Höhe”). Mit quantifizierten Winkel wurde nicht gerechnet.

Weitere Dokumente von derselben Art wie RMP und MP gibt es erst aus demotischer (in der Tat griechisch-römischer) Zeit. Grundlegend ist nicht viel verändert, obwohl terminologische Neuerungen und eine gewisse Lockerung der strikten Regel der Arithmetik nachweisbar sind (so gibt es Tabelle m/n, wo m bis 10 geht). Interessant ist aber die Übernahme von einer Reihe von Formeln und Aufgaben, die aus Mesopotamien bekannt sind: z.B. die Landmesserformel; die Berechnung der Kreisfläche als $^1/_4$ vom Produkt von Umkreis und Durchmesser und die Annahme, daß ersterer 3-mal letzterer ist; die Herausfindung des Volumens eines Kegelstumpfes als Mitte-Querschnitt × Höhe; und Aufgaben, die die charakteristische Innovationen der Seleukidenzeit aufzeigen. Die Herrschaft der Assyrer und Achaemeniden und die Tätigkeit ihrer Militärschreiber und Beamten sind also nicht spurlos in der ägyptischen Mathematik geblieben.

Weder im 2. Jahrtausend oder in den demotischen Texten gibt es formelle Beweise; wie in Mesopotamien ist es jedoch klar, das die oft recht komplizierte Berechnungen auf Einsicht und nicht nur auf zufälliger Erfahrung baut.

4. Klassisch-griechische Wirkungsgeschichte

Es gibt kein Zweifel, daß die Griechen die Stammbrüche der Ägypter übernommen haben, noch, daß die Sexagesimalbrüche der hellenistischen Astronomie (wie viele ihrer Parameter) von der babylonischen Astronomie kommen. Wenig glaubwürdig scheint dagegen die Behauptung Herodots und vieler anderen griechischen Autoren, daß die griechische Geometrie auf die Landmessung der Ägypter füße.

Nach der ersten Entzifferung der babylonischen Algebra, zu einer Zeit, wo diese noch als rein arithmetische Technik aufgefaßt wurde, schlug Neugebauer um 1935 stattdessen vor, die Geometrie vom Buch II der euklidischen *Elemente* als geometrische Übersetzung der babylonischen Ergebnisse zu verstehen – eine Übersetzung, die durch die Entdeckung der Irrationalität notwendig geworden wäre.

Diese These wurde allgemein acceptiert; nur ab 1970 wurden die Einwände erhoben, daß die Konzeptualisierung der griechischen Geometrie völlig verschieden ist von derjenigen einer arithmetischen Algebra; daß alle babylonische Texte Aufgaben lösen und Zahlen finden, während *Elemente* II Lehrsätze beweisen, die bestenfalls als algebraische Identitäten aufgefaßt werden können; und das die Griechen nicht die Tontafel lesen konnten.

Die geometrische Deutung der babylonischen Algebra und die Entdeckung der weiterlebenden Landmessertradition (die viele zweifellose Spüre in den pseudo-Heronischen *Geometrica* hinterlassen hat) stellt die ganze Frage in einem neuen Licht. Die Griechen brauchten nicht, eine geometrische Übersetzung zu unternehmen; die Figur, die für die Lösung der obigen *igûm-igibûm*-Aufgabe benutzt wird, ist mit derjenigen von *Elemente* II.6 praktisch identisch. Nur fehlt eine Diagonale, die dazu dient, die Figur beweisbar korrekt zu konstruieren, statt "naiv" ihre Teile herumzubewegen. Statt Übersetzung, sind *Elemente* II.1–10 (in quasi-Kantianischem Sinne) eine *kritik* der alten aber noch bekannten Landmesserlösungen,– nämlich eine Untersuchung, warum und unter welchen Bedingungen sie gelten. Zur diesen Zweck müssen die *Elemente* (z.B.) den rechten Winkel *definieren* (Def. 10) – und da es aus der Definition nicht folgt, demnach *postulieren* (Post. 4), daß alle rechte Winkel gleich sind.

Grundlegend wird also die Neugebauer-These bestätigt: Die Geometrie von *Elemente* II ist eine Umformung einer Technik, die wir zuerst aus den altbabylonischen Tafeln kennen. Die griechischen Geometer kannten sie aber sicherlich aus einer lebendigen Tradition (wie Neugebauer später behauptet hat) und nicht aus den Tontafeln. Da diese Tradition in der klassischen Epoche auch Ägypten erreicht hatte, ist es deshalb nicht auszuschließen, das auch Herodot recht hat.

Jens Høyrup
August 1999