12ème Colloque Inter-IREM **Douai 15 et 16 mai 1998**

«La Pensée Algébrique»

Matériaux pour la conférence

L'algèbre babylonienne: quelles sont ses méthodes et ses conceptions, quelles sont ses racines, y a-t-il eu des héritiers, en quel sens peut-on vraiment parler d'algèbre?

Jens Høyrup

NB: FRANÇAIS NON CORRIGÉ

I. LES INTERPRÉTATIONS

BM 13901 N° 1:

1. a.šà[l[am]] *ù mi-it-ḫar-ti ak-m*[*ur-m*]*a* 45-e 1 *wa-ṣi-tam*
2. *ta-ša-ka-an ba-ma-at* 1 *te-ḫe-pe* [3]0 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*
3. 15 *a-na* 45 *tu-ṣa-ab-ma* 1-[e] 1 íb.si$_8$ 30 *ša tu-uš-ta-ki-lu*
4. *lìb-ba* 1 *ta-na-sà-aḫ-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

Thureau-Dangin:[1]

J'ai additionné la surface et (le côté de) mon carré: 45´.

Tu poseras 1°, l'*unité*. Tu fractionneras en deux 1°: 30´. Tu multiplieras (entre eux) [30´] et 30´: 15´. Tu ajouteras 15´ à 45´: 1°. 1° est le carré de 1°. 30´, que tu as multiplié (avec lui-même), de 1° tu soustrairas: 30´ est le (côté du) carré

Avec l'interprétation:

On donne: $x^2+x = 45'$

d'après le scribe,

$$x = -30'+\sqrt{(30'^2+45')} = 30'$$

Il ne fait qu'appliquer la formule type indiquée ci-dessus, à savoir

$$x = \frac{-30'\,b \pm \sqrt{(30'\,b)^2 + ac}}{a}$$

Neugebauer, MKT III, 5:[2]

1. Die Fläche und (die Seite) des Quadrates habe ich addi[ert] und 0;45 ist es. 1, den koeffizienten
La surface et le (côté du) carré j'ai additionnée, et c'est 0;45. 1, le coefficient
2. nimmst Du. Die Hälfte (von) 1 brichst du ab. [0;3]0 und 0;30 multiplizierst du.
tu prends. La moitié de 1 tu brises. [*0;3*]*0 et 0;30 tu multiplies.*
3. 0;15 zu 0;45 fügst du hinzu und 1 hat 1 als Quadratwurzel. 0;30, das Du (mit sich) multipliziert hast,
0;15 à 0;45 tu joins, et 1 a 1 comme racine carrée. 0;30 que tu as multiplié (avec soi-même)
4. von 1 subtrahierst Du und 0;30 ist das Quadrat.
de 1 tu soustrais, et 0;30 est le carré.

---

[1] "L'Équation du deuxième degré dans la mathématique babylonienne d'après une tablette inédite du British Museum". *Revue d'Assyriologie* **33** (1936), 27–48.

[2] MKT: O. Neugebauer, *Mathematische Keilschrift-Texte*. I-III. (Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung A: Quellen. 3. Band, erster-dritter Teil). Berlin: Julius Springer, 1935, 1935, 1937. Reprint Berlin etc.: Springer, 1973. Traduction française JH

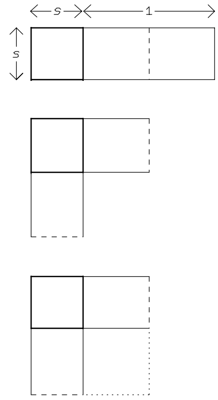
Traduction «directe»:

1. La surface et ma confrontation j’ai accumulées: 45. 1 le forjet

2. tu poses. La mi-part de 1 tu brises, 30 et 30 tu fais se tenir (ou: “se manger”) l’un l’autre,

3. 15 à 45 tu ajoutes: 1 fait que 1 soit équilatéral.

4. 30 que tu as fait tenir, dans le corps de 1 tu arraches: 30 est la rencontre.



L’interprétation géometrique de l’interprétation «directe».

II. OUTILS

Nombres – système de position:
$15' := 15\cdot60^{-1}$, $15'' := 15\cdot60^{-2}$, etc.
15\` $:= 15\cdot60^{1}$, 15\`\` $:= 15\cdot60^{2}$, etc.
$1°5' := 1\cdot60^{0} + 5\cdot60^{-1}$

TERMINOLOGIE

Additions

kamārum / gar.gar: accumuler
waṣābum / daḫ: ajouter

Soustractions

nasāḫum / zi: arracher
ḫarāṣum / kud: retrancher
A eli / ugu *B D watar* / dirig: *A* surpasse *B* de *D*

Multiplications

p a.rá *q*: *p* pas de *q* / (nombre avec nombre)
eṣēpum / tab: (doubler), répéter [jusqu'à *n*] (répétition concrète)
našûm / íl / nim: élever (calcul d'une grandeur concrète par multiplication concrète, basé sur quelque argument de proportionnalité; vient du calcul des volumes prismatiques et cylindriques)

«Rectangularisation», «carréfication»

šutakūlum / ì.kú.kú / UR.UR / du_7.du_7 / NIGIN: faire que (*A* et *B*) se tiennent [comme les côtés d'un rectangle]
takīltum~ša tuštakīlu: que tu as fait tenir [avec soi-même un rectangle-carré]
šutamḫurum / (ì.kú.kú) / UR.RU / du_7.du_7 / NIGIN: faire se confronter soi-même [comme côtés d'un carré]
mitḫartum / (íb.si_8): [situation caractérisée par] la confrontation [d'égaux] / (cadre quadratique, carré paramétrisé par le côté)
meḫrum / gaba: contre-partie («l'autre côté» de la «confrontation»)

Quadrature

íb.si_8 (verbe): faire équilatéral (15´.e 30´ íb.si_8, 15´ configuré comme carré produit le côté 30´)
íb.si_8 (substantif): l'équilatéral (l'équilatéral de 15´ est 30´)

Division etc.

igi *n*: (le nombre n^{-1}, idée associée avec la table des réciproques)

igi *n paṭārum*: détacher l'IGI de *n* (délier une des *n* parties de l'unité)

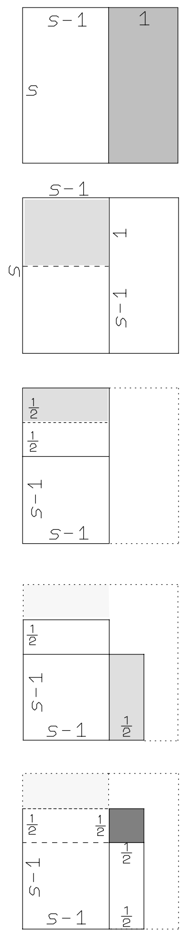
mīnam ana B luškun ša A inaddinam? Q tašakkan, A inaddikkum: Combien dois-je poser à *B* pour qu'il me donne *A*? Pose *Q*, *A* il te donnera / (*A*:*B* = *Q*, *B* irrégulier)

Bisegmentation

ḫepûm / gaz: briser (en "moitiés naturelles") (la moitié de la base d'un triangle dans le calcul de l'aire, le moyen des deux côtés opposées d'un trapèze, le rayon comme mi-diamètre)

bāmtum / ½: mi-part (la "moitié naturelle")

III. TECHNIQUES ALGÉBRIQUES FONDAMENTALES



BM 13 901 nº 2 (MKT III)

Recto I

5. ma confrontation du corps de la surface j'ai arraché: c'est 14`30. 1 le forjet
mi-it-ḫar-ti lìb-bi A-ŠÀ [*a*]*s-sú-uḫ-ma* 14,30-E 1 *wa-ṣi-tam*

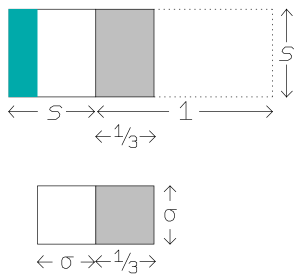
6. tu poses. La mi-part de 1 tu brises, tu fais que 30 et 30 se tiennent,
ta-ša-ka-an ba-ma-at 1 *te-ḫe-pe* 30 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*

7. 15´ à 14`30°15´ tu ajoutes: 14`30°15 fait que 29°30´ soit équilatéral.
15 *a-*⸢*na* 14,30 *tu-ṣa-*]*ab-ma* 14,30,15-E 29,30 ÍB-SI$_8$

8. 30´ que tu as fait tenir, à 29°30´ tu ajoutes: 30 est la confrontation.
30 *ša tu-uš-ta-ki-lu a-na* 29,30 *tu-ṣa-ab-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

BM 13 901 nº 3 (MKT III)

Recto I



9. Le tiers de la surface j'ai arraché. Le tiers de la confrontation au corps
ša-lu-uš-ti A-ŠÀ *as-sú<-uḫ-ma> ša-lu-uš-ti mi-it-ḫar-tim a-na lìb-bi*

10. de la surface j'ai ajoutée: c'est 20´. 1, le forjet, tu poses,
A-ŠÀ$^{\text{lim}}$ ú-ṣi-ib-ma 20-E 1 wa-ṣi-tam ta-ša-ka-an

11. le tiers de 1 {le forjet}, 20´, tu arraches: 40´ à 20´ tu élèves,
ša-lu-uš-ti 1 *wa-ṣi*[*-tim* 20 *ta-na-sà-aḫ-ma*] 40 *a-na* 20 *ta-na-ši*

12. 13´20´´ tu inscris. La mi-part de 20´, du tiers que tu as {arraché} ⟨ajouté⟩,
13,20 *ta-la-pa-at* [*ba-ma-at* 20 *ša-l*]*u-uš-tim ša ta-sú-ḫu*

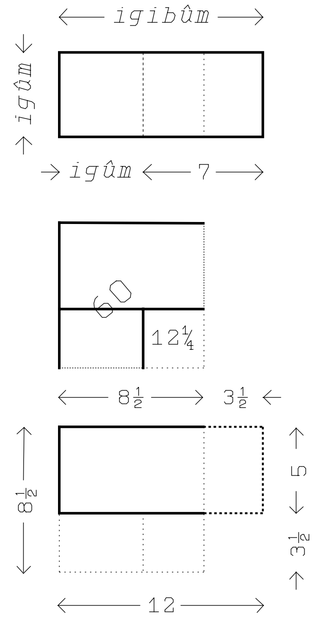
13. tu brises, tu fais que 10´ et 10´se tiennent, 1´40´´ à 13´20´´ tu ajoutes,
te-ḫe-pe 10 ⸢*ù 10 tu-uš-ta-kal 1,40*] *a-na 13,20 tu-ṣa-ab*

14. 15´ fait que 30´ soit équilatéral. 10´ que tu as fait tenir, dans le corps de 30´ tu arraches: 20´.
15-E 30 [ÍB-SI$_8$ 10 *ša tu-uš-ta-ki-lu lìb-ba* 30] *ta-na-sà-aḫ-ma* 20

15. L'IGI de 40´ est 1°30´, à 20´ tu élèves, 30´ est la confrontation.
IGI 40 GÁL-B[I 1,30 *a-na* 20 *ta-na-ši-ma* 30] *mi-it-ḫar-tum*

YBC 6967 (MCT)[3]

Recto



1. L'*igibûm* surpasse l'*igûm* de 7.
[IGI-B]I *e-li* IGI 7 *i-ter*

2. l'*igûm* et l'*igibûm* combien?
[IGI] *ù* IGI-BI *mi-nu-um*

3. Toi, 7 que l'*igibûm*
a[*t-t*]*a* 7 *ša* IGI-BI

4. surpasse l'*igûm*
UGU IGI *i-te-ru*

5. à deux brise: 3°30´;
a-na ši-na ḫi-pí-ma 3,30

6. 3°30´ avec 3°30´
3,30 *it-ti* 3,30

7. fais se tenir: 12°15´.
šu-ta-ki-il-ma 12,15

8. À 12°15´ qui apparaît pour toi,
a-na 12,15 *ša i-li*<*-a*>*-kum*

9. 1 la surface ajoute: 1`12°15´.
[1 A-ŠA[!]][a-am] *ṣí-ib-ma* 1,12,15

10. l'équilatéral de 1`12°15´ combien? 8°30´.
[ÍB-SI_8 1],12,15 *mi-nu-um* 8,30

11. 8°30´ et 8°30´, sa contre-partie, dessine,
[8,30 *ù*] 8,30 *me-ḫe-er-šu i-di-ma*

Verso

1. 3°30´, ce-qui-tient,
3,30 *ta-ki-il-tam*

2. de l'un arrache,
i-na iš-te-en ù-su-uḫ

3. à l'autre ajoute.
a-na iš-te-en ṣí-ib

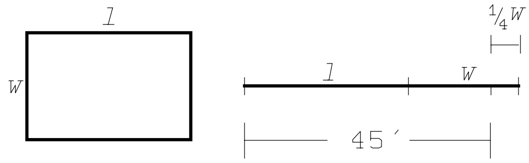
4. Le premier est 12, le second est 5.
iš-te-en 12 ša-nu-um 5

5. 12 est l'*igibûm*, 5 est l'*igûm*
12 IGI-BI 5 *i-gu-um*

---

[3] MCT: O. Neugebauer & A. Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts*. (American Oriental Series, vol. 29). New Haven, Connecticut: American Oriental Society, 1945.

TMS XVI, Nº 1[4]



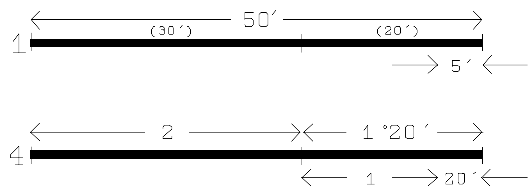
1. Le $4^{\text{ième}}$ de la largeur de la longueur et la largeur à arracher, 45´. Toi, 45´
[4-at SAG *i-na*] UŠ *ù* SAG ZI 45 ZA.E 45

2. à 4 élève, 3 tu vois. 3, c'est quoi? 4 et 1 pose,
[*a-na* 4 *i-ší* 3 *ta*]-*mar* 3 *mi-nu šu-ma* 4 *ù* 1 GAR

3. 50´ et 5´, à arracher, pose. 5´ à 4 élève, 1 largeur. 20´ à 4 élève,
[50 *ù*] 5 ZI ⌈GAR⌉ 5 *a-na* 4 *i-ší* 1 SAG 20 *a-na* 4 *i-ší*

4. 1°20´ tu vois, 4 largeurs. 30´ à 4 élève, 2 tu vois, 4 longueurs. 20´, 1 largeur à arracher,
1,20 *ta*-⟨*mar*⟩ 4 SAG 30 *a-na* 4 *i-ší* 2 *ta*-⟨*mar*⟩ 4 UŠ 20 1 SAG ZI

5. de 1°20´, 4 largeurs, arrache, 1 tu vois. 2, les longueurs, et 1, 3 largeurs, accumule, 3 tu vois.
i-na 1,20 4 SAG ZI 1 *ta-mar* 2 UŠ *ù* 1 3 SAG UL.GAR 3 *ta-mar*



6. L'IGI de 4 détache, 15´ tu vois. 15´ à 2, longueurs, élève, 30´ tu vois, 30´ la longueur.
IGI 4 *pu*-[*ṭú-ú*]*r* 15 *ta-mar* 15 *a-na* 2 UŠ *i-ší* 3[0] *ta*-⟨*mar*⟩ 30 UŠ

7. 15´ à 1 élève, 15´ la quote-part de la largeur. 30´ et 15´ retiens.
15 *a-na* 1 *i-ší* [1]5 *ma-na-at* SAG 30 *ù* 15 *ki-il*

8. Comme «le $4^{\text{ième}}$ de la largeur, à arracher», il a dit, de 4, 1 arrache, 3 tu vois.
aš-šum 4-*at* SAG *na-sà-ḫu qa-bu-ku i-na* 4 1 ZI 3 *ta-mar*

9. L'IGI de 4 détache, 15´ tu vois, 15´ à 3 élève, 45´ tu vois, 45´ tant qu('il y a) de largeurs.
IGI 4 *pu*-⟨*ṭú-úr*⟩ 15 *ta-mar* 15 *a-na* 3 *i-ší* 45 *ta*-⟨*mar*⟩ 45 *ki-ma* [SAG]

10. 1, tant qu('il y a) de longueurs, pose. 20, la largeurs vraie prends, 20 à 1´ élève, 20´ tu vois.
1 *ki-ma* UŠ GAR 20 GI.NA SAG *le-qé* 20 *a-na* 1 *i-ší* 20 *ta-mar*

11. 20´ à 45´ élève, 15´ tu vois. 15´ de $_{30}{}^{15}$ arrache,
20 *a-na* 45 *i-ší* 15 *ta-mar* 15 *i-na* $_{30}{}^{15´}$ [ZI]

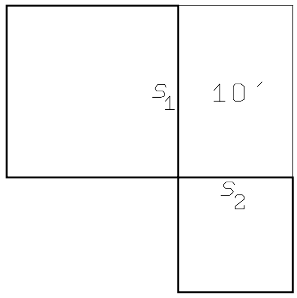
12. 30´ tu vois, 30´ la longueur.
30 *ta-mar* 30 UŠ

---

[4] TMS: E. M. Bruins & M. Rutten, *Textes mathématiques de Suse*. (Mémoires de la Mission Archéologique en Iran, XXXIV). Paris: Paul Geuthner, 1961. Pour les corrections aux texte, à la traduction et à l'interprétation offertes dans cette édition défectueuse, voir Jens Høyrup, "Algebra and Naive Geometry. An Investigation of Some Basic Aspects of Old Babylonian Mathematical Thought". *Altorientalische Forschungen* **17** (1990), 27–69, 262–354.

IV. REPRÉSENTATION ALGÉBRIQUE

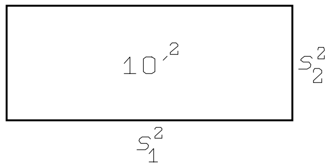
BM 13 901 nº 12 (MKT III)



Recto II

27. Les surfaces de mes deux confrontations j'ai accumulés: 21´40´´.
A-ŠÀ *ši-ta mi-it-ḫa<-ra>-ti-ia ak-mur-ma* 21,40

28. Mes confrontations j'ai fait tenir: 10´.
mi-it-ḫa-ra-ti-ia uš-ta-ki-il$_5$*-ma* 10



29. La mi-part de 21´40´´ tu brises: 10´50´´ et 10´50´´ tu fais tenir,
ba-ma-at 21,40 *te-ḫe-pe-ma* 10,50 *ù* 10,50 *tu-uš-ta-kal*

30. C'est 1´57´´21{+25}´´´40´´´´. 10´ et 10´ tu fais tenir, 1´40´´
1,57,46,40[5]-E 10 *ù* 10 *tu-uš-ta-kal* 1,40

31. au corps de 1´57´´21{+25}´´´40´´´´ tu arraches: 17´´21{+25}´´´40´´´´ fait que 4´10´´ soit équilatéral.
lìb-bi 1,57,46,40 *ta-na-sà-aḫ-ma* 17,46,40[6]-E 4,10[7] ÍB-SI$_8$

32. 4´10´´ à l'un 10´50´´ tu ajoutes: 15´ fait que 30´ soit équilatéral.
4,10 *a-na* 10,50 *iš-te-en tu-ṣa-ab-ma* 15-E 30 ÍB-SI$_8$

33. 30´ est la première confrontation.
30 *mi-it-ḫar-tum iš-ti-a-at*

34. 4´10´´ au corps du second 10´50´´ tu arraches: 6´40´´ fait que 20´ soit équilatéral.
4,10 *lìb-bi* 10,50 *ša-ni-im ta-na-sà-aḫ-ma* 6,40-E 20 ÍB-SI$_8$

35. 20´ est la seconde confrontation.
20 *mi-it-ḫar-tum ša-ni-tum*

TMS XIII

1. 2 GUR 2 PI 5 BÁN d'huile j'ai acheté. De l'achat de 1 *šekel* d'argent,
2(GUR) 2(PI) 5 BÁN IÀ.GIŠ ŠÁM *i-na* ŠÁM 1 GÍN KÙ.BABBAR

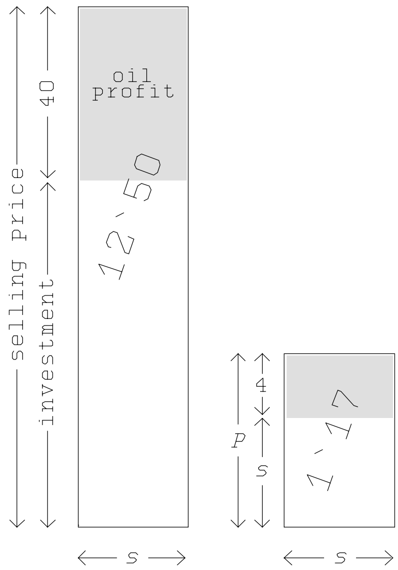
2. 4 SÌLA d'huile chaque (*šekel*) j'ai taillé:
4 SÌLA$^{\text{TA.ÀM}}$ IÀ.GIŠ *ak-ší-iṭ-ma*

---

[5] Erreur pour 1,57,21,40.

[6] Erreur pour 17,21,40 – une conséquence de l'erreur précédente.

[7] Ce nombre est correct mais n'est pas la racine carrée de 17,46,40.



3. $^{2}/_{3}$ *mina* d'argent comme profit j'ai vu. Correspondant à quoi
$^{2}/_{3}$ *ma-na* {20 ŠE} KÙ.BABBAR *ne-me-la a-mu-úr ki ma-ṣí*

4. ai-je acheté et correspondant quoi ai-je vendu?
a-šà-am ù ki ma-ṣí ap-šu-úr

5. Toi, 4 SÌLA d'huile pose et 40, (de l'ordre du) *mina*, le profit pose.
ZA.E 4 SÌLA Ì.GIŠ GAR *ù* 40 *ma-na ne-me-la* GAR

6. L'IGI de 40 détache, 1´30´´ tu vois, 1´30´´ à 4 élève, 6´ tu vois.
IGI 40 *pu-ṭúr* 1,30 *ta-mar* 1,30 *a-na* 4 *i-ší* 6 *ta-mar*

7. 6´ à 12`50 élève, 1`17 tu vois.
6 *a-na* 12,50 IÀ.GIŠ *i-ší-ma* 1,17 *ta-mar*

8. $^{1}/_{2}$ de 4 brise, 2 tu vois, fais tenir, 4 tu vois.
$^{1}/_{2}$ 4 *ḫi-pi* 2 *ta-mar* 2 NIGIN 4 *ta-mar*

9. 4 à 1`17 ajoute, 1`21 tu vois. Qu'est-ce qu'il fait équilatéral? 9 est fait équilatéral.
4 *a-na* 1,17 DAḪ 1,21 *ta-mar mi-na* ÍB.SI 9 ÍB.SI

10. 9 la contre-partie pose. $^{1}/_{2}$ de 4 que tu as taillé brise, 2 tu vois.
9 GABA GAR $^{1}/_{2}$ 4 *šà ta-ak-ší-ṭú ḫi-pi* 2 *ta-mar*

11. 2 au 1^{er} 9 ajoute, 11 tu vois; du 2^{nd} arrache,
2 *a-na* 9 1-KAM DAḪ 11 *ta-mar i-na* 9 2-KAM ZI

12. 7 tu vois, 11 SÌLA (pour) chaque (*šekel*) tu as acheté, 7 SÌLA tu as vendu.
7 *ta-mar* 11 SÌLA *ta-àm ta-šà-am* 7 SÌLA *ta-ap-šu-úr*

13. Argent correspondant à quoi? Combien dois-je poser à 11 ¿SÌLA?
KÙ.BABBAR *ki ma-ṣí mi-na a-na* 11 [¿sìla? *lu-uš-ku*]*-un*

14. pour que 12`50 d'huile il me donne 12`50? Pose 1,10, 1 *mina* 10 *šekel* d'argent.
šà 12,50 Ì.GIŠ *i-na-ad-di-na* 1,[10 GAR 1 *m*]*a-na* 10 GÍN K[Ù.BABBAR]

15. À 7 SÌLA chaque (*šekel*) que tu vends d'huile,
i-na 7 SÌLA$^{\text{TA.ÀM}}$ *šà ta-pa-aš-*[*šà-ru* IÀ.GIŠ]

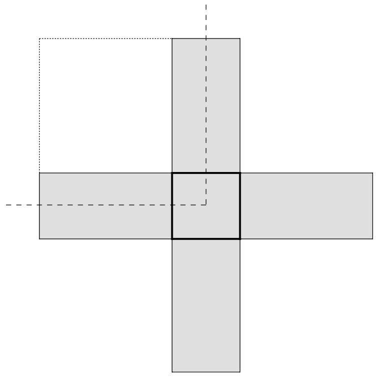
16. de 40 d'argent, correspondant à quoi? 40 à 7 élève,
šà 40 KÙ.BABBAR *ki ma-ṣí* 40 *a-na* 7 [*i-ší*]

17. 4`40 tu vois, 4`40 d'huile.
4,40 *ta-mar* 4,40 Í.GIŠ

V. TRACES D'ORIGINE

BM 13 901 nº 23 (MKT III)

Verso II



11. ⟨Si quelqu'un te demande ainsi⟩ sur une surface, j'ai accumulé les quatre fronts et la surface: 41´40´´.
a-šà^{lam} p[*a*]-*a*[-*at er-bé-et-tam ù* a-š]à^{lam} *ak-mur-ma* 41,40

12. 4, les quatre front, tu inscris. L'IGI de 4 est 15´.
4 *pa-a-at er*[-*bé-e*]*t-tam t*[*a-la-p*]*a-at* igi 4 gál-bi 15

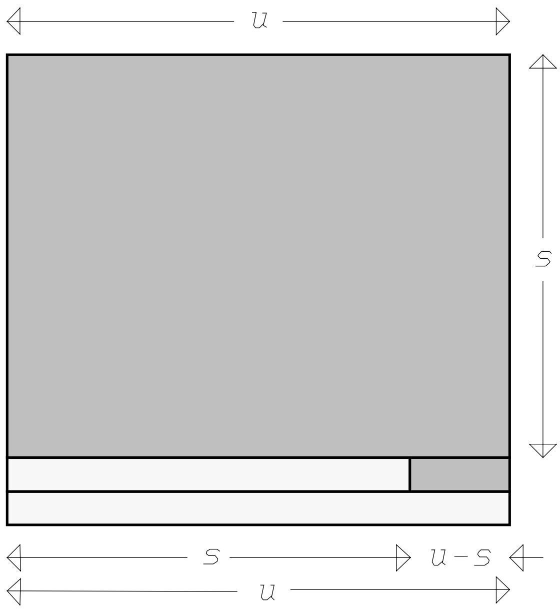
13. 15´ à 41´40´´ tu élèves: 10´25´´ tu inscris.
15 *a-na* 41,40 [*ta-n*]*a-ši-ma* 10,25 *ta-la-pa-at*

14. 1, le forjet, tu ajoutes: 1°10´25´´ fait que 1°5´ soit équilatéral.
1 *wa-ṣi-tam tu-ṣa-ab-ma* 1,10,25-e 1,5 íb-si$_8$

15. 1, le forjet que tu as ajouté, tu arraches: 5 à deux
1 *wa-ṣi-tam ša tu-is-bu ta-na-sà-aḫ-ma* 5 *a-na ši-na*

16. tu répètes: 10´, NINDAN, se confronte.
te-ṣi-ip-ma 10 nindan *im-ta-ḫa-ar*

AO 8862 nº 1 (MKT I)



I

Nisaba[8]
^{d}Nisaba

1. Longueur, largeur. Longueur et largeur j'ai fait tenir:
uš sag uš *ù* sag *uš-ta-ki-il$_5$-ma*

2. une surface j'ai bâti.
a.šà^{lam} *ab-ni-i*

3. J'en ai fait la ronde. Tant que la longueur la largeur
as-sà-ḫi-ir ma-la uš *e-li* sag

4. surpasse
i-te-ru-ú

---

[8] La déesse de l'école, du savoir et des scribes.

5. au corps de la surface j'ai ajouté:
a-na li-ib-bi a.šà*lim* *u-ṣi-ip-ma*

6. 3`3. Je suis retourné. Longueur et largeur
3.3 *a-tu-úr* uš *ù* sag

7. j'ai accumulés: 27. longueur, largeur at surface combien?

27	3`3 les accumulées
15	la longueur
12	la largeur

gar.gar-*ma* 27 uš sag *ù* a.šà *mi*-[*n*]*ù-um*

15	uš
27	3.3 *ki-im-ra-tú*
12	sag

8. Toi, par ton procédé,
at-ta i-na e-pe-ši-ka

9. 27, les accumulés, longueur et largeur,
27 *ki-im-ra-at* uš *ù* sag

10. au corps de 3`3 ajoute:
a-na li-bi [3.3] *ṣi-ib-ma*

11. 3`30. 2 a 27 ajoute:
3.30 2 *a-na* 27 *ṣi-ib-ma*

12. 29. Sa mi-part, celle de 29, tu brises:
29 *ba-a-šu ša* 29 *te-ḫi-ip-pe-e-ma*

13. 14°30´ pas de 14°30´, 3`30°15.
14.30 a.rá 14.30 3.30.15

14. Du corps de 3`30°15´
i-na li-bi 3.30.15

15. 3`30 tu arraches:
3.30 *ta-na-sà-aḫ-ma*

16. 15´ le reste. 15´ fait que 30´ soit équilatéral.
15 *ša-pi-il*$_5$*-tum* 15.e 30 íb.[si$_8$]

17. 30´ à un 14°30´
30 *a-na* 14.30 *iš-te-en*

18. ajoute: 15 la longueur.
ṣi-ib-ma 15 uš

19. 30´du second 14°30´

20. tu retranches: 14 la largeur.
30 [*i*]-*na* 14.30 *ša-ni-i*
ta-ḫa-ra-aṣ-ma 14 sag

21. 2 qu'à 27 tu as ajouté,
2 *ša a-na* 27 *tu-us*$_4$*-bu*

22. de 14, la largeur, tu arraches:
i-na 14 sag *ta-na-sà-aḫ-ma*

23. 12 la largeur vraie.
12 sag gi.na

24. 15, la longueur, et 12, la largeur, fait tenir.
15 uš 12 sag *uš-ta-ki-il$_5$-ma*

25. 15 pas de 12, 3` la surface.
15 a.rá 12 3 a.šà

26. 15, la longueur, 12, la largeur,
15 uš *e-li* 12 sag

27. de combien surpasse?
mi-na wa-ta-ar

28. De 3 surpasse. 3 au corps de 3` la surface ajoute,
3 *i-te-er* 3 *a-na li-bi* 3 a.šà *ṣi-ib*

29. 3`3 la surface.
3.3 a.šà

VI. «ENIGMES MATHÉMATIQUES»

Un roi a commandé à son ministre de lever une armée de 30 villes de cette manière, qu'on conscrive de chaque ville tant d'hommes qu'on y aurait conduits. Le ministre, pourtant, est venu seul à la première ville et à la seconde avec un autre; à la troisième, maintenant, trois sont venus avec lui; que celui qui peut dise combien d'hommes ont été levés de ces 30 villes.[9]

Un *paterfamilias* avait deux maisons avec une distance de 30 lieue, et un chameau qui devait transporter d'une maison à l'autre 90 mesures de grain en trois tours. Pour chaque lieue, le chameau mange une mesure. Que celui qui vaille me dise combien de mesures restaient!

[9] Les deux exemples appartiennent à la collection carolingienne *Propositiones ad acuendos iuvenes*, et sont prises de Menso Folkerts "Die älteste mathematische Aufgabensammlung in lateinischer Sprache: Die Alkuin zugeschriebenen *Propositiones ad acuendos iuvenes*. Überlieferung, Inhalt, Kritische Edition". *Österreichische Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse. Denkschriften*, 116. Band, 6. Abhandlung (Wien 1978).

VII. «L'algèbre d'arpentage» de l'époque paléobabylonienne. Une reconstruction

Sur un carré (côté s, aire Q, diagonale d):

$s+Q = \alpha$ (= 110)
$_4s+Q = \beta$ (= 140)
Q-$s = \gamma$
(Q-$_4s = \delta$???)
s-$Q = \varepsilon$
($_4s$-$Q = \zeta$???)
($d = s+4$???)

Sur deux carrés concentriques:

$Q_1+Q_2 = \alpha$, $s_1 \pm s_2 = \beta$
$Q_1-Q_2 = \alpha$, $s_1 \pm s_2 = \beta$

Sur un rectangle (longueur l_1, largeur l_2):

$A = \alpha$, $l_1 \pm l_2 = \beta$
$A+(l_1 \pm l_2) = \alpha$, $l_1 \mp l_2 = \beta$
$A = \alpha$, $d = \beta$

Sur le cercle (périmètre p, diamètre d, aire A):
$p+d+A= \alpha$

VIII. REFLETS DANS LES MATHÉMATIQUES GRECQUES

Euclide, *Éléments* II.1–10:

1. $\sqsubset\!\sqsupset(e,p+q+\ldots+t) = \sqsubset\!\sqsupset(e,p) + \sqsubset\!\sqsupset(e,q) +\ldots+ \sqsubset\!\sqsupset(e,t)$
2. $\square(e) = \sqsubset\!\sqsupset(e,p) + \sqsubset\!\sqsupset(e,e-p)$
3. $\sqsubset\!\sqsupset(e,e+p) = \square(e) + \sqsubset\!\sqsupset(e,p)$
4. $\square(e+f) = \square(e) + \square(f) + 2\sqsubset\!\sqsupset(e,f)$
5. $\sqsubset\!\sqsupset(a+d,a-d) + \square(d) = \square(a)$
6. $\sqsubset\!\sqsupset(e,e+2d) + \square(d) = \square(e+d)$
7. $\square(e+p) + \square(e) = 2\sqsubset\!\sqsupset(e+p,e) + \square(p)$
8. $4\sqsubset\!\sqsupset(a,d) + \square(a-d) = \square(a+d)$
9. $\square(a+d) + \square(a-d) = 2[\square(a) + \square(d)]$
10. $\square(e) + \square(e+2d) = 2[\square(d) + \square(e+d)]$

Diophante, *Arithmetica* I:

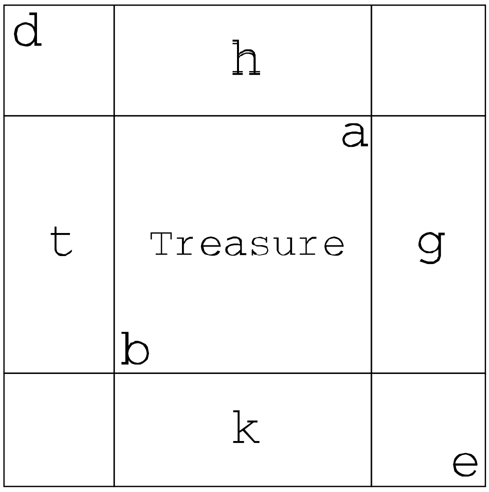
27. $A = \alpha,\ l_1+l_2 = \beta$
28. $Q_1+Q_2 = \alpha,\ s_1+s_2 = \beta$
29. $Q_1-Q_2 = \alpha,\ s_1+s_2 = \beta$
30. $A = \alpha,\ l_1-l_2 = \beta$

IX. AL-KHWĀRIZMĪ, KITĀB AL-JABR W'AL-MUQĀBALAH

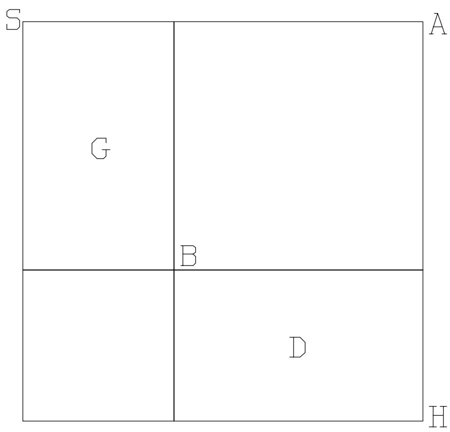
Avoir et racines égalent nombres; c'est comme si tu dis, »un avoir et dix racines du même, égalent trente-neuf dirhems«; c'est-à-dire, quel sera l'avoir qui, quand on l'augmente de dix de ses propres racines, se monte à trente-neuf? La solution est celle-ci: Tu divises en deux les racines, ce qui dans la question présente donne cinq. Tu multiplies ceci par lui-même; ce sera vingt-cinq. Ajoute ceci à trente-neuf; la somme est soixante-quatre. Prends-en maintenant la racine, qui est huit, et enlèves-en la moitié des racines, qui est cinq; reste trois. C'est la racine de l'avoir que tu cherchais; l'avoir lui-même est neuf.

[...]

La figure pour expliquer ceci est un carré, dont les côtes sont inconnus. Il représente l'avoir, lequel, et la racine duquel, tu demandes à connaître. Ceci est la surface AB, dont chaque côté peut être considéré comme une de ses racines; et si tu multiplies un de ces côtés par un nombre quelconque, alors le montant de ce nombre peut être regardé comme le nombre de racines qui est ajouté à l'avoir. Chaque côté du carré représente la racine de l'avoir; et, comme dans ce cas, dix racines étaient associées avec l'avoir, nous pouvons prendre un quart des dix, à savoir deux et demi, et faire de chaque quart ensemble avec un des côtés de la surface une surface. Donc, avec la surface originale AB, quatre nouvelles surfaces égales sont combinées, chacune ayant une racine comme longueur, et deux et demi comme largeur; ce sont les surfaces C, G, T et K. Nous avons maintenant une surface à côtés égaux et également inconnus, mais à laquelle il manque dans chacun des quatre coins une pièce de deux et demi multiplié par deux et demi. Pour compenser ce défaut et compléter la surface carrée il faut ajouter quatre fois deux et demi multiplié par lui-même, c'est-à-dire, vingt-cinq. Nous savons que la première surface, à savoir, la surface représentant l'avoir, en même temps que les quatre surfaces qui l'entourent et qui représentent les dix racines, égalent trente-neuf en nombres. Si à cela nous ajoutons vingt-cinq, ce qui est l'équivalent des quatre carrés aux coins de la surface AB par lesquels la grande surface DH est complétée, alors nous savons que cela fait ensemble soixante-quatre, et qu'un de ses côtés est sa racine, c'est-à-dire huit. Si nous enlevons deux fois un quart de dix, c'est-à-dire cinq, de huit, comme des deux extrémités du côté de la grande surface, c'est-à-dire la surface DH, alors le reste d'un tel côté sera trois; ceci est le côté de la surface originale AB ou la racine de l'avoir. Il faut observer que nous n'avons divisé les dix racines et ajouté à trente-neuf le produit de la moitié multipliée par elle-même que pour compléter la grande figure dans ses quatre coins; parce qu'un quart d'un nombre quelconque multiplié par lui-même et après par quatre, égale le produit de la moitié de ce nombre multipliée par elle-même. Pour cette raison nous avons seulement multiplié la moitié des racines par elle-même, au lieu de multiplier le quart par lui-même et après par quatre. Ceci est la figure:



Il y a une autre figure qui conduit à la même chose. C’est la surface AB, qui représente l’avoir. Nous voulons donc lui ajouter ses dix racines. Pour ce faire nous divisons les dix en deux, ce qui devient cinq, et nous construisons deux surfaces sur deux côtés d’AB, à savoir les surfaces G et D, dont les longueurs égalent cinq, ce qui est la moitié des dix racines, tandis que la largeur de chacun d’eux égale le côté du carré AB. Alors cinq sur cinq nous manque opposé au coin de AB: ce cinq étant cette moitié des dix racines que nous avons ajoutées à deux des côtés de la première surface. Nous savons donc que la première surface, qui est l’avoir, et les deux surfaces sur ses côtés, qui sont les dix racines, font ensemble trente-neuf. Pour compléter la grande surface en carré, seul cinq sur cinq fait défaut, ou vingt-cinq. Nous ajoutons ceci à trente-neuf, pour compléter la grande surface SH. La somme est soixante-quatre. Nous extrayons sa racine, huit, qui est un des côtés de la grande surface. En lui enlevant la même quantité que nous lui avons ajoutée antérieurement, à savoir cinq, nous obtenons trois comme reste. Ceci est le côté de la surface AB, qui représente l’avoir; c’est la racine de cet avoir et l’avoir lui-même est neuf. Ceci est la figure:



X. ÉCLAIRCISSEMENTS

Jens Høyrup, "«Les quatre côtés et l'aire» – sur une tradition anonyme et oubliée qui a engendré ou influencé trois grandes traditions mathématiques savantes", pp. 507–531 *in Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique*. Actes de la première Université d'été européenne, Montpellier 10 au 13 juillet 1993. Montpellier: IREM de Montpellier, 1995.

Malheureusement, puisque les collègues ont cru superflue la circulation des épreuves, l'article contient environ 270 erreurs, y compris des formules erronées et l'omission d'une passage de 457 mots. Une version correcte du même texte est:

Jens Høyrup, "«Les quatre côtés et l'aire» – sur une tradition anonyme et oubliée qui a engendré ou influencé trois grandes traditions mathématiques savantes", pp. 192–224 *in* E. Gallo, L. Giacardi & C. S. Roero (eds), *Associazione Subalpina Mathesis. Seminario di Storia delle Matematiche "Tullio Viola". Conferenze e Seminari 1995–1996*. Torino: Associazione Subalpina Mathesis, 1996.

Une exposition des résultats que j'avais atteints en 1991 est:

Jens Høyrup, "'Algèbre d'*al-ǧabr*' et 'algèbre d'arpentage' au neuvième siècle islamique et la question de l'influence babylonienne", pp. 83–110 *in* Fr. Mawet & Ph. Talon (eds), *D'Imhotep à Copernic. Astronomie et mathématiques des origines orientales au moyen âge.* Actes du Colloque international, Université Libre de Bruxelles, 3-4 novembre 1989 (Lettres Orientales, 2). Leuven: Peeters, 1992.